Piano di ammortamento

Anno	Rata	Quota Interessi	Quota capitale	Debito estinto	Debito residuo
0	—	—	—	—	D_0
1	R_1	$I_1 = D_0 \cdot i$	$C_1 = R_1 - I_1$	$B_1 = C_1$	$D_1 = 1 - B_1$
2	R_2	$I_2 = D_1 i$	$C_2 = R_2 - I_2$	$B_2 = B_1 + C_2$	$D_2 = 1 - B_2$
..	..	..	..	..	..
..	..	..	..	..	0

Anno	Quota Capitale	Quota Interessi	Rata	Debito estinto	Debito residuo
0	—	—	—	—	D_0
1	C_1	$I_1 = D_0 i$	$R_1 = C_1 + I_1$	$B_1 = C_1$	$D_1 = 1 - B_1$
2	C_2	$I_2 = D_1 i$	$R_2 = C_2 + I_2$	$B_2 = B_1 + C_2$	$D_2 = 1 - B_2$
:	:	:	:	:	:
:	:	:	:	:	0

Ammortamenti diversi

Ammortamento americano → Rimborso globale di C con interessi periodici

$R_1 = R_2 = \dots = R_{n-1} = i \qquad R_n = 1 + i$

$I_1 = I_2 \dots = I_{n-1} = I_n = i$

$C_1 = C_2 = \dots = C_{n-1} = 0 \qquad C_n = 1$

il debitore per conto suo accumula il C che restituisce in n in un fondo di ammort. sinking fund con rate annue, cost. post. al tasso i'

$R' = \sigma_{\overline{n}|i'}$

in z avremo → $R' s_{\overline{z}|i'} = \sigma_{\overline{n}|i'} s_{\overline{z}|i'} = \frac{s_{\overline{z}|i'}}{s_{\overline{n}|i'}}$

capitale ancora da accumulare → $1 - \frac{s_{\overline{z}|i'}}{s_{\overline{n}|i'}}$

Ammortamento a due tassi

$R_1 = R_2 = \dots = R_n = i + \sigma_{\overline{n}|i_1}$

$I_1 = I_2 = \dots = I_n = i$ → Tasso di rimunerazione

$C_1 = C_2 = \dots = C_n = \sigma_{\overline{n}|i_1}$ → Tasso di accumulazione

Camilla Traversa

PRESTITI DIVISI IN TITOLI

$$A = C \cdot N$$

A: valore nominale del prestito; C: valore nominale di un titolo; N: numero di titoli emessi

C_0 valore di emissione
C' valore di rimborso

Buoni o Certificati di credito → prefissata la data del rimborso.

I
- momento del rimborso → **BOT** (z.c.b rimborso totale)
- periodicamente → cedole/coupon bond → **BTP** e **CCT** (c.b Ci; $Ci+C'$)

$$V(t, i^*) = \sum_{t_s > t} R_s (1+i^*)^{-(t_s - t)}$$

$$\parallel$$

$$V(t, \delta^*) = \sum_{t_s > t} R_s e^{-\delta^*(t_s - t)}$$

i^* corrisp a $\delta^* = \ln(1+i^*)$

→ decrescono al crescere di i^* e di δ^*

valore del titolo: valutazione fatta subito dopo il pag. in t.

Cedola, Corso secco, dietimo, Corso tel quel

Titolo con C, cedole Ci, rimborso C'.
Valore del titolo alla scadenza $t = z + p$, $0 \le p < 1$

rimborso alla pari $C = C'$ →

$$V(z+p, i^*) = Ci\,\ddot{a}_{\overline{n-z}|i^*} (1+i^*)^{-(1-p)} + \boxed{C}(1+i^*)^{-(n-z-p)}$$

→ C' se non alla pari

se $p=0$ $\quad V(z, i^*) = Ci\,a_{\overline{n-z}|i^*} + C(1+i^*)^{-(n-z)}$

se $p=z=0$ ⇒ abbiamo una valutazione del titolo in 0 → $V(0, i^*) = Ci\,a_{\overline{n}|i^*} + C(1+i^*)^{-n}$

TIPI DI FINANZIAMENTO

- in senso stretto se $t_{r_h} <_c t_0$ — scadenza dell'ultimo ricavo e' minore della scadenza del primo costo
- in senso lato se $\bar{z}_r <_c t_0$ — media aritmetica dei ricavi e' minore della scadenza del primo costo
- in senso generale se $\bar{z}_r(i) < \bar{z}_c(i)$ — "mediamente" scadenze dei ricavi precedono le scadenze dei costi

PROGETTI P

- completi ⟹ confrontabili (stessa U in 0, stessa durata)
- ammissibili
- alternativi
- indipendenti

CRITERI DI SCELTA

- PSEUDO CRITERIO: utilizza il tempo di recupero, prima scadenza dopo la quale (e compresa) il saldo di cassa, $S(t)$, resta positivo

* POSTULATI DI PREFERENZA ASSOLUTA

$\boxed{1}$ 2 capitali con uguale scadenza → importo + alto

$\boxed{2}$ 2 poste di uguale importo → scadenza più vicina.

$W = (X, T)$ indice di convenienza.

Proprieta':

1) Definito senza ambiguita' $\forall P$ (se ne troviamo due non e' definito)
2) Funzione monotona crescente di ciascuna posta: $\frac{\partial}{\partial x_z} W > 0$
3) Funzione monotona decrescente di ciascuna scadenza di posta positiva. $\frac{\partial}{\partial t_z} W \begin{cases} > & \text{se } x_z < 0 \\ < & \text{se } x_z > 0 \end{cases}$
4) se $W'(X', T') > W''(X'', T'') \Rightarrow \overline{W}'(aX', T') > \overline{W}''(aX'', T'')$, $a > 0$
5) se $W'(X', T') > W''(X'', T'') \Rightarrow \overline{W}'(X, aT') > \overline{W}''(X'', aT'')$

- DEL REA: $V_P(i) = \sum_{s=0}^{n} x_s (1+i)^{-t_s}$, $V_P(i) > 0 \Rightarrow$ conviene — soddisfa le proprieta' degli indici

$$\begin{cases} V_{P_1}(i) > V_{P_2}(i) \Rightarrow P_1 > P_2 \\ V_{P_1}(i) = V_{P_2}(i) \Rightarrow P_1 \sim P_2 \\ V_{P_1}(i) < V_{P_2}(i) \Rightarrow P_2 > P_1 \end{cases}$$

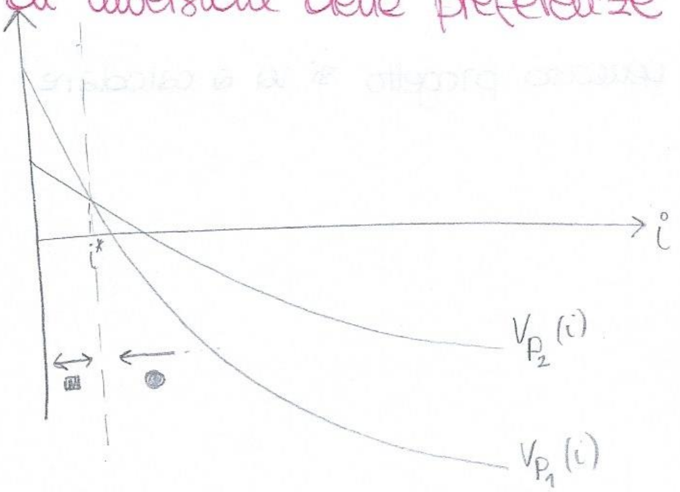
Proprieta':

$\boxed{1}$ $P_1 \cup P_2 = P_1 + P_2 = P \Rightarrow V_P(i) = V_{P_1}(i) + V_{P_2}(i)$.

$\boxed{2}$ $\alpha X_1 = \alpha P_1 \Rightarrow V_{\alpha P_1}(i) = \alpha V_{P_1}(i)$

→ NON RISENTE DELLE OPERAZIONI DI COMPLETAMENTO

Punto di inversione delle preferenze



$i < i^* \Rightarrow P_1 > P_2$

$i^* \Rightarrow P_1 \sim P_2$

$i > i^* \Rightarrow P_2 > P_1$

$i^*: V_{P_1}(i^*) = V_{P_2}(i^*)$

– DEL TIR: Tasso interno di rendimento.

- Fissare scadenza 0.
- $i \in (-1, +\infty)$ per le operazioni fortunate e non.
- Per ogni P si calcola

$$V_p(i) = x_0 + \sum_{s=1}^{n} x_s (1+i)^{-t_s}$$

- si trova i, $V_p(i) = 0$

se $\exists!\, i$, $V_p(i) = 0 \Rightarrow i$ e' TIR

$i > 0 \Rightarrow P$ conveniente

$$\begin{cases} i_{P_1} < i_{P_2} \Rightarrow P_2 > P_1 \\ i_{P_1} = i_{P_2} \Rightarrow P_1 \sim P_2 \\ i_{P_1} > i_{P_2} \Rightarrow P_1 > P_2 \end{cases}$$

– DEL MONTANTE

- Fissare un istante futuro > dell'ultima scadenza dei M.
- Si decidono tassi i_s attivi e passivi J_s per intervalli opportuni
- Si definisce la successione di tutti gli M:

Solo gli M_s con posta. Guardo M e i precedente + posta x_i. L'ultimo non ha posta. x_i

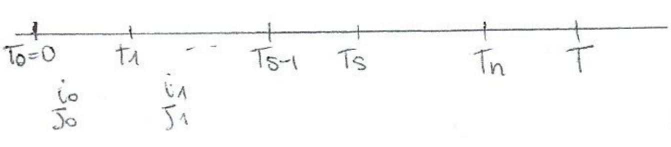
$M_0 = x_0$

$$M_1 = \begin{cases} M_0 (1+i_0)^{t_1-t_0} + x_1 & \text{se } M_0 > 0 \\ M_0 (1+J_0)^{t_1-t_0} + x_1 & \text{se } M_0 < 0 \end{cases}$$

(se Mo positivo, prendo i_0 positivo)
(" negativo, " J_0 negativo)

$$M_s = \begin{cases} M_{s-1} (1+i_{s-1})^{t_s-t_{s-1}} + x_s & \text{se } M_{s-1} \geq 0 \\ M_{s-1} (1+J_{s-1})^{t_s-t_{s-1}} + x_s & \text{se } M_{s-1} < 0 \end{cases}$$

$T \geq M_n$



$\Rightarrow$ M del progetto P:

$$M_p = \begin{cases} M_n (1+i_n)^{T-T_n} & \text{se } M_n \geq 0 \\ M_n (1+J_n)^{T-T_n} & \text{se } M_n < 0 \end{cases}$$

se $T = T_n \Rightarrow M_p = M_n$

$M_p > 0 \Rightarrow P$ conveniente

$$\begin{cases} M_{P_1} > M_{P_2} \Rightarrow P_1 > P_2 \\ M_{P_1} = M_{P_2} \Rightarrow P_1 \sim P_2 \\ M_{P_1} < M_{P_2} \Rightarrow P_2 > P_1 \end{cases}$$

MATEMATICA FINANZIARIA - ESERCIZI

LEGGI DI INTERESSE E DI CAPITALIZZAZIONE

ESERCIZIO 1.2

$$\phi(C, t_1, t_2) = C(1 + 0{,}04(t_2 - t_1)) \qquad C \geq 0, \quad 0 \leq t_1 \leq t_2$$

1. Additiva rispetto al capitale?

$$\phi((C_1 + C_2), t_1, t_2) = \phi(C_1, t_1, t_2) + \phi(C_2, t_1, t_2)$$

$$\phi(C_1, t_1, t_2) + \phi(C_2, t_1, t_2) =$$

$$= C_1(1 + 0{,}04(t_2 - t_1)) + C_2(1 + 0{,}04(t_2 - t_1))$$

$$= (C_1 + C_2)(1 + 0{,}04(t_2 - t_1)) \checkmark$$

2. Uniforme nel tempo?

$$\phi(C, t_1, t_2) = \phi(C, t_1 + z, t_2 + z) \qquad 0 \leq t_1 + z \leq t_2 + z$$

$$\phi(C, t_1 + z, t_2 + z) =$$

$$= C(1 + 0{,}04(t_2 + \cancel{z} - (t_1 + \cancel{z})))$$

$$= C(1 + 0{,}04(t_2 - t_1)) \checkmark$$

3. Scomponibile?

$$\phi(C, t_1, t_2) = \phi(\phi(C, t_1, z), z, t_2) \qquad 0 \leq t_1 \leq z \leq t_2$$

$$\phi(\phi(C, t_1, z), z, t_2) =$$

$$= (C(1 + 0{,}04(z - t_1)))(1 + 0{,}04(t_2 - z))$$

$$= C(1 + 0{,}04(z - t_1))(1 + 0{,}04(t_2 - z)) \rightarrow C \cdot \left[1 + 0{,}04(t_2 - z) + 0{,}04(z - t_1) + (0{,}04)^2(z - t_1)(t_2 - z)\right]$$

$$\neq C(1 + 0{,}04(\cancel{z} - t_1 + t_2 - \cancel{z})) \checkmark$$

4. determinare $f(t_1, t_2)$

lo ricavo dall'additività: $f(t_1, t_2) = \dfrac{\phi(C, t_1, t_2)}{C}$

$$f(t_1, t_2) = (1 + 0{,}04(t_2 - t_1))$$