Lezione 1

CONFRONTARE DUE PAESI

LUNGO PERIODO: non in termini di anni, ma generazioni, esempio dal dopoguerra ad oggi.

Come posso dire se un paese è cresciuto e di quanto?

Potrei guardare il PIL (prodotto interno lordo), ma in realtà non è efficace per guardare/misurare il tenore di vita di un paese.
Esempio: Cina ha un PIL più alto rispetto all'Italia, ma l'italiano medio è più benestante del cinese medio. Come lo so? Vado a confrontare il PIL per capital (PIL pro capite)

$$\text{PIL pro capite} = \frac{Y}{\text{popolazione}}$$

Ma anche il PIL pro capite ha dei problemi; se voglio paragonare due paesi con unità di misura (valuta) diversa avrò PIL pro capite diversi.

Potrei usare il **TASSO DI CAMBIO** → trasformare nella stessa moneta.
Questo metodo però non va bene perché:

1) il tasso di cambio è la variabile macroeconomica più volatile di tutte; può variare significativamente anche nel corso di un'ora.
2) **costo della vita** è diverso a seconda del Paese; un abitante di un paese povero guadagna meno rispetto a uno di un paese ricco, ma anche i beni valgono meno quindi acquista a un prezzo di basso.

PARITÀ DEL POTERE D'ACQUISTO: si va a confrontare beni il più possibile uguali tra loro e nei paesi il più possibile omogenei all'interno del mondo con la stessa qualità (no carne, sì iPhone)
→ BIG MAC INDEX

Esempio:
1) Indiano compra 100 kg pane; Inglese compra 200 kg pane } il compratore inglese è il doppio più ricco dell'indiano?
2) Indiano compra 0,8 cell all'anno (← rupia); Inglese compra 1 cell all'anno (← sterlina) } lo stesso compratore non è più il doppio ricco dell'indiano.

Vado a ponderare i due beni con i prezzi di un paese:

$$\Rightarrow \frac{100\ \text{kg} \cdot 1\ \text{rupia} + 0{,}8 \cdot 200\ \text{rupie}}{200\ \text{kg} \cdot 1\ \text{rupia} + 1 \cdot 200\ \text{rupie}} = \frac{260}{400} = 0{,}65 \rightarrow \underset{1)}{0{,}5} < 0{,}65 < \underset{2)}{0{,}8}$$

Non c'è una regola per cui ponderare con una moneta di un paese o dell'altro. Gli statistici fanno una media dei due risultati.

RELAZIONE TRA PIL e LIVELLO DI FELICITÀ DEGLI ABITANTI

Primo economista che analizzò questa relazione fu **Easterlin**, americano:
PARADOSSO DI E. Egli studiò questo fenomeno attraverso dei **questionari**: possiamo suddividerli in 3 categorie:

1) tra paesi: domandò a persone appartenenti a paesi diversi (con reddito pro capite diversi) quanto erano felici da 0 a 10.
Risultato: correlazione positiva tra PIL pro capite e felicità nei paesi poveri e medi, sempre meno forte andando ad analizzare i paesi ricchi.
2) all'interno di un paese in anni diversi (solo paesi ricchi):
Non c'è correlazione, aumento di PIL pro capite non porta a un aumento della felicità, nello stesso paese, in anni diversi.
3) all'interno di un paese tra persone diverse: ottiene che i ricchi sono più felici rispetto ai poveri, all'interno dello stesso paese.
C'è correlazione fra reddito e felicità.

CONCLUSIONE:
La felicità non dipende da quanto una persona è ricca a livello assoluto, ma a livello relativo, rispetto al reddito **altrui**.

Anche se il povero è diventato più benest. è aumentato il Pil pro capite, anche del ricco, quindi il povero rimane povero rispetto al ricco. La globalizzazione ha contribuito a far sentire i poveri sempre poveri e ciò potrebbe far aumentare l'infelicità dei paesi poveri anche se il loro Pil pro capite è aumentato, perché anche quello dei paesi ricchi è aumentato.

Lezione 2

Intorno al 2006, gli economisti **Wolfer e Stevenson** eseguono le stesse analisi di Easterlin arrivando a risultati in parte uguali, in parte diversi.

1) Tra paesi: ottengono che la relazione tra Pil pro capite e felicità c'è molto forte, anche tra paesi ricchi. (a differenza di E che l'aveva trovata solo tra paesi povere e medi)
2) Nello stesso paese ma in anni diversi: su questo non ci sono i risultati x mancanza di dati (prima analisi appunto nel 2006)
3) Nello stesso paese, tra persone diverse: ottengono gli stessi risultati di E.
   Su questo ultimo punto interviene lo psicologo israeliano, premio nobel per l'economia comportamentale, **Kahnettann**. Secondo lui è sbagliato misurare la felicità solo attraverso la domanda "quanto sei felice da 0 a 10?"; per K. la felicità va divisa in due componenti:
   1. **Benessere emotivo**: quantità di ansia, stress, solitudine... correlazione tra reddito e ben. emot. positiva fino a un certo livello di reddito (75.000 $), oltre non vi è più relaz. pos.
   2. **Gratificazione personale**: quanto mi sento appagato della vita lavorativa e famigliare. correlazione positiva.

NON SUL LIBRO → PINKER

La relazione reddito-felicità non è stata studiata solo da economisti, ma anche da psicologi, scienziati cognitivi.
Ad esempio, c'è un libro di uno scienziato cognitivo che si chiama **Pinker** (2018), diventato "famoso" perché citato da Bill Gates.
Pinker dice: "io vi mostro tutte le statistiche possibili e immaginabili sul reddito, su mortalità, su condizioni di salute ecc per dimostrarvi che in realtà negli ultimi 50 anni gran parte del mondo (eccetto alcuni paesi dell'Africa) hanno respirato una crescita del benessere come mai nella storia dell'umanità! E ciò nonostante, le persone sembrano non rendersi conto di vivere nel migliore di tutti i mondi possibili dalla comparsa dell'uomo sulla Terra, non sembrano essere riconoscenti"
Pinker attribuisce questo conflitto a delle nostre **DISTORSIONI COGNITIVE**, cioè non siamo perfettamente razionali e ci spaventiamo molto di più per eventi rari e che difficilmente possono capitare e questo ci da molta ansia. e fa un esempio: i dati ci dicono che la possibilità di morire per un attacco terroristico è 20.000 volte più bassa della probabilità di morire in un incidente stradale (negli USA) però quando compaiono notizie di attacchi terroristici aumenta l'ansia e l'agitazione nelle persone nonostante sappiano la probabilità che succeda a loro.

Altri hanno fatto notare un'altra cosa: quando sono state fatte le interviste

a persone che hanno vissuto durante la seconda guerra mondiale, queste hanno risposto che quegli anni ci sono stati i più significativi della loro vita, che li hanno segnati di più.
Quindi, forse, il benessere emotivo, la gratificazione personale non tengono conto di altri fattori che possono influenzare la vita di una persona.

CONCLUSIONE sul discorso reddito-felicità: sommando i risultati di E, W, S, se è vero che non esiste una relazione biunivoca, certa sicura tra reddito e felicità, almeno i risultati ci sembrano dire che i paesi più ricchi sono anche quelli in cui le persone dichiarano di essere + felici. Quindi non è totalmente sbagliato guardare il PIL per capita come indicatore del benessere

Lezione 3

EVOLUZIONE DEL PIL per capital

Maddison: economista danese aveva come obiettivo misurare il benessere dei popoli il più indietro possibile nel tempo. (ha risultati precedenti all'impero romano)

→ Dall'Impero romano al 1500: crescita del PIL pro capite dello 0%.
perché? ogni volta che il reddito di un paese cresceva, aumentava nella stessa proporzione anche la popolazione
↓
TRAPPOLA MALTHUSIANA:
Secondo M: gran parte del reddito deriva dall'agricoltura. Grazie a nuove tecniche, la terra è sempre più produttiva, aumenta il reddito, persone mangiano meglio e di più, diminuisce mortalità, aumenta popolazione che riduce l'aumento del PIL procapite.

In Europa
→ Dal 1500 al 1700: PIL pro capite inizia a crescere dello 0,1% all'anno.
→ Dal 1700 al 1820: Aumento dello 0,2% all'anno
→ Dal 1820 al 1950: Aumento in tutti i Paesi, in particolare USA del 1,5%
→ Dal 1950 al 2005: Media di crescita del 6%. (Italia, Giappone di più)

Crescita economica è una cosa recente, circa dalla seconda guerra mondiale si è usciti dalla Trappola Malthusiana grazie a riv. industriale, nuove tecnologie

Cosa vuol dire crescita del 6%, ad esempio? O dello 0,2%?
REGOLA DEL 70 ci dice quanti anni ci vogliono per raddoppiare una certa variabile.

X: crescita annua percentuale ⇒ $\frac{70}{X}$ anni per raddoppiare.

Esempio $X = 6$ ⇒ $\frac{70}{6} = 11,6$ anni dopo il reddito è raddoppiato

Cos'è successo dal 1950 al 2005? →

Paesi	Pil procap. 1950	Pil pro cap 2011	Crescita annua Pil pro c.
Francia	6500	30000	2,5
Giappone	2800	31000	4,1
Italia	4000	29000	3,4
UK	9000	32000	2,0
USA	12000	42000	2,4

Paese più povero nel 1950 → Giappone
Paese con maggiore crescita → Giappone
Paesi più ricchi nel 1950 → UK e USA
Paesi con minore crescita → UK e USA

CONVERGENZA.
↓
Se credo a questa tabella, i paesi più poveri tenderanno a crescere maggiormente dei paesi più ricchi fino a raggiungerli.

Alla fine saremo tutti ricchi uguali? ←

Per verificare questa tesi dovremmo vedere anche altri Paesi:
- se guardiamo i paesi membri dell' OECD (paesi "ricchi") la convergenza e' confermata;
- se guardiamo i paesi asiatici, anche;
- se invece prendiamo il continente africano non c'è convergenza, anzi ci sono tassi di crescita negativi

La convergenza vale se prendiamo paesi omogenei tra loro, non vale con tutti i paesi del mondo.
Ragioni? Le vedremo con il modello di Solow

MODELLO PER SPIEGARE LA CONVERGENZA → SOLOW

Anni 60, economista **Solow**, costruì un modello per spiegare la convergenza
Questo modello parte da una **funzione di produzione**

$$Y = F(K, N)$$

$\underbrace{K, N}$ fattori che mi servono per produrre dei beni:
- K = capitale → qualunque bene strumentale
- N = lavoro

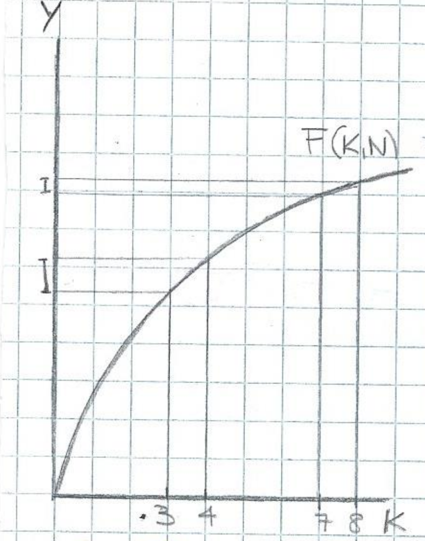
questi due input mischiati attraverso F mi creano Y → quantità di prodotto

Se voglio rappresentare un paese, in K ci metto tutti i capitali impiegati nell' economia del paese

TECNOLOGIE: livelli di conoscenze che ci permette di aumentare Y a parità di K e N.
→ $Y = F(K, N, A)$
Solo nel modello di Solow con tecnologie; non in questo.

PROPRIETÀ F: ① Rendimenti costanti di scala: $\lambda \cdot Y = F(\lambda K, \lambda N)$
(aumentando entrambi gli input di una stessa costante, l'output mi aumenta esattamente di quella costante → se raddoppio il numero di lavoratori e raddoppio il capitale, si raddoppia anche il PIL)
Per due ragioni:
a. semplifica i calcoli
b. empiricamente non è del tutto sbagliato

② rendimenti decrescenti del K e del N
(Supponiamo che il numero di lavoratori non cambi, cosa succede al PIL se aumenta il K?)
a. se aumenta un input e l'altro no, il PIL aumenta



La differenza tra l'ordinata tra 3 e 4 è maggiore che tra 7 e 8

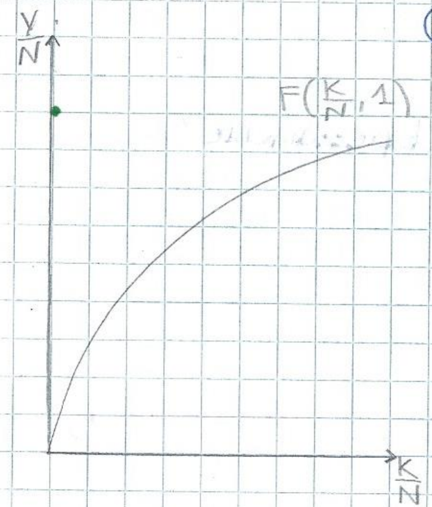
b. ma l'aumento del PIL causato dall'aumento di K è tanto più piccolo quanto maggiore è la quantità di K iniziale.

⇒ La funzione di produzione è una funzione concava, ci sono i rendimenti marginali decrescenti su entrambi gli input.

↓ Significato della produtt. marginale

Quando il paese è povero e cresce, l'incremento di produzione aumenta di molto; quando il paese è ricco e cresce l'incremento di produzione aumenta ma il valore percentuale è sempre più piccolo.

Rendimenti decrescenti per il lavoro, stesso discorso. Da un lavoratore a due, aumento alto, da mille lavoratori a mille e uno, aumenta di poco.



③ PIL per lavoratore dipende dal K per lavoratore

$\frac{Y}{N} = F\left(\frac{K}{N}, 1\right)$ ponendo $\lambda = \frac{1}{N}$

matematicamente è uguale
economicamente è più significativa.

Se una funzione ha ritorni marginali decrescenti su K/N allora li ha anche su Y/N e perciò è concava.

Lezione 4

Come si fa ad avere $\frac{K}{N}$ alto?
Capitale per lavoratore genera un PIL crescente per lavoratore, ma generalmente quando il PIL per lavoratore è alto c'è anche un alto livello di risparmio. Questo però è utilizzato da qualcun altro.
La relazione tra risparmio e investimento è crescente
→ Ragionamento circolare:

Capitale per lavoratore —①→ PIL per lavoratore —②→ Risparmio per lavoratore —③→ Investimenti per lavoratore —④→ Capitale per lavoratore

①: $\frac{Y_t}{N} = f\left(\frac{K_t}{N}\right)$

Non più N_t perché prevede, il modello, che la popolazione è costante.
E non c'è tecnologia

⇒ Dato una certa quantità di capitale per capita, sappiamo quanto vale il PIL per capita

② Una volta che conosco il PIL/N so quanto è il risparmio/N

$Y_c = C + \underbrace{I}_{\text{comprare e strumentare beni nuovi per produrre altri beni}} + G$ in economia chiusa

Sottraggo in entrambi i lati le tasse → $Y - T = C + I + G - T$

$$\underbrace{Y - T - C}_{\text{Risparmio}} = I + G - T$$

In economia chiusa il risparmio serve per < investimenti I / finanziare il deficit dello Stato $G-T$

Nel modello di Solow ~~immagino~~ ipotizzo che lo Stato non ci sia, $\Rightarrow S_t = I_t$

$\Rightarrow G = T = 0 \Rightarrow$ Risparmio $= I$, S = Risparmio

In questo modello il risparmio si traduce in investimenti

Ulteriore ipotesi → le famiglie risparmiano una quota costante s a prescindere dal reddito.

$S = s \cdot Y$; $0 < s < 1$

Quindi se so il PIL/N conosco il S/N

③ Siccome il risparmio è uguale all'investimento, se so quanto è S/N so quanto vale I/N

$$\frac{I_t}{N} = s \cdot \frac{Y_t}{N} = s \cdot f\left(\frac{K_t}{N}\right)$$

Conoscendo l'investimento, sapendo che c'è una quota di dep., conosco il $\frac{K}{N}$.

④ $K_{t+1} - K_t = s \cdot F(K_t, N) - \delta K_t$

δ: tasso di deprezzamento di K = ogni anno una quota ($=\delta$) del capitale perde val. economico

LEGGE DI MOTO DEL CAPITALE: eq dinamica perché l'incognita K è presente sia a tempo t che $t+1$

$1-\delta$ parte del capitale ancora utilizzabile

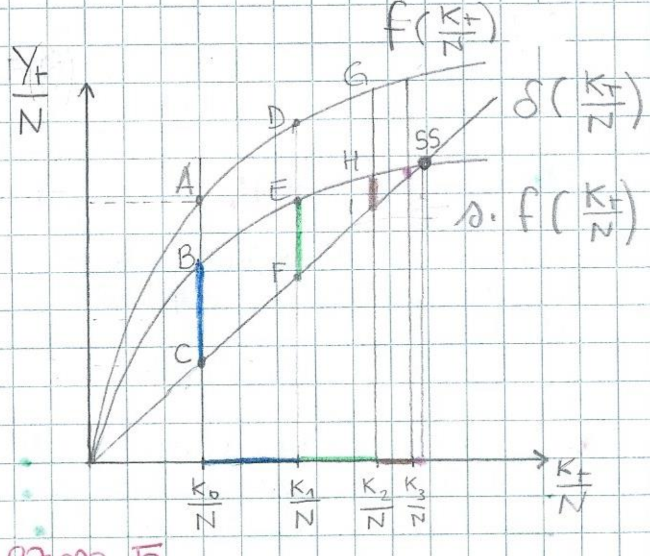
Per capita: divido per N

$$\frac{K_{t+1}}{N} = s \cdot F\left(\frac{K_t}{N}\right) + (1-\delta)\frac{K_t}{N}$$

Proprietà dei ritorni costanti di scala, il secondo membro diventa una costante (=1)

$$\frac{K_{t+1} - K_t}{N} = \underbrace{s \cdot F\left(\frac{K_t}{N}\right)}_{\text{investimento}} - \underbrace{\delta\left(\frac{K_t}{N}\right)}_{\text{deprezzam.}}$$

IPOTESI DEL MODELLO: · = popolazione nel t
· ogni paese con stesso grafico (≠ p. partenza)



$\overline{BC}$ = quanto capitale ho al t_1 in più rispetto al t_0

SS: punto stazionario (STEADY STATE)

All'inizio risparmio vince sul deprezz. piano piano il risparmio inizierà a crescere meno, ed essendo il deprezz. una retta, a un certo punto si incontreranno

Da quel momento non crescerà più il PIL pro capite

Lezione 5

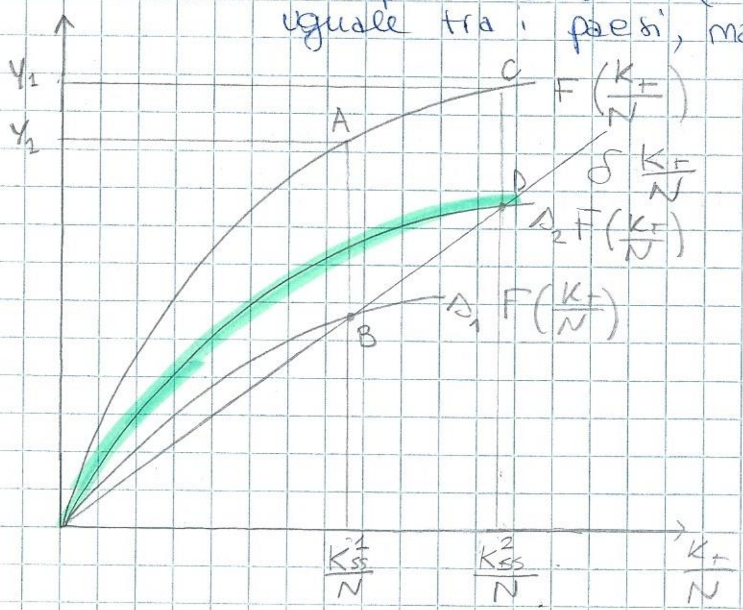
⇒ Modello di Solow: un paese (in termini di reddito pro capite) non crescerà all'infinito.

CONVERGENZA: Alla fine, diversi paesi con diversi iniziali livelli di crescita, con diverso capitale iniziale, arriveranno ad avere lo stesso PIL pro capite (SS). Da quel momento avranno un livello di crescita = 0

Punto in cui la curva del risparmio incontra la retta del deprezzamento, essi coincidono.

Aumento del capitale è dato dalla differenza tra il risparmio e il deprezzamento. Infatti, se un paese parte a destra del SS il deprezzamento sarà superiore al risparmio, quindi avrà una crescita del capitale negativa: tornerà indietro.

→ Limite: sto ipotizzando s (risparmio) costante nel tempo e uguale tra i paesi, ma non è così nella realtà.



maggior risparmio ⇒ maggior reddito perché la curva del risparmio raggiunge la retta del deprezzamento dopo e nel frattempo il reddito cresce.

Entrambi i paesi dal SS in poi avranno un livello di crescita del reddito = 0; ma avranno un reddito diverso

- Problema generazionale.

È vero che maggior risparmio ⇒ maggior reddito, ma allo stesso tempo ⇒ minor consumo, quindi maggior infelicità

Non mi basta sapere che le nuove generazioni avranno un reddito superiore per sapere se saranno più felici. Devo vedere se anche il consumo è aumentato

Consumo = reddito − risparmio. Nel grafico precedente:
$\overline{AB}$ = consumo con risparmio minore
$\overline{CD}$ = consumo con risparmio aumentato. ⇒ $\overline{AB} > \overline{CD}$
Quindi in questo grafico, con queste funzioni, non conviene uscire dallo SS, anzi converrebbe diminuire il risparmio

Cosa succede se un paese risparmia il 100%? $s = 1$
$s \cdot F\left(\frac{K_t}{N}\right) = F\left(\frac{K_t}{N}\right)$ ⇒ risparmio = reddito ⇒ consumo = 0
Reddito maggiore possibile, ma totale infelicità!

Cosa succede se invece risparmia 0%? $s = 0$ ⇒ Non mi muovo dall'origine degli assi ⇒ non risparmio ⇒ non si accumula reddito. Di nuovo risparmio = reddito ⇒ consumo = 0.
Totale infelicità.

⇒ Felicità se $0 < s < 1$.

ESERCIZIO: $Y_t = K_t^{\alpha} N^{1-\alpha}$ $\quad \alpha = 0{,}5 \quad \delta = 0{,}1 \quad s = 0{,}1$

1) Dimostrare che F ha ritorni costanti di scala.

$$Y_t = K_t^{0,5} N^{1-0,5} = \left(\frac{K}{N}\right)^{0,5} \left(\frac{N}{N}\right)^{1-0,5} = \frac{K^{0,5}}{N^{0,5}} = K^{0,5} N^{1-0,5} = Y_t$$

2) Trovare il valore di $\frac{K_{ss}}{N}$ e $\frac{Y_{ss}}{N}$

- $sF\left(\frac{K_{ss}}{N}\right) = \delta \frac{K_{ss}}{N} \rightarrow$ punto di intersezione

$s \cdot \left(\frac{K_{ss}}{N}\right)^{0,5} = \delta \frac{K_{ss}}{N} \quad \cancel{0,1}\left(\frac{K_{ss}}{N}\right)^{0,5} = \cancel{0,1} \frac{K_{ss}}{N} \quad \frac{K_{ss}}{N} = 1$

- $\frac{Y_{ss}}{N} = \left(\frac{K_{ss}}{N}\right)^{0,5} = 1$

3) Trovare $\frac{C_{ss}}{N}$

$$\frac{C_{ss}}{N} = F\left(\frac{K_{ss}}{N}\right) - sF\left(\frac{K_{ss}}{N}\right) = \overbrace{\frac{Y_{ss}}{N} - 0,1\frac{Y_{ss}}{N}}^{\frac{Y_{ss}}{N}(1-s)} = 1 - 0,1 \cdot 1 = 0,9$$

4) What if $s = 0,2$ in SS

$s \cdot F\left(\frac{K_{ss}}{N}\right) = \delta \frac{K_{ss}}{N} \quad 0,2\left(\frac{K_{ss}}{N}\right)^{0,5} = 0,1 \frac{K_{ss}}{N} \quad \frac{K_{ss}}{N} = 4$

Nuovi $\frac{Y_{ss}}{N} = 4^{0,5} = 2$; $\frac{C_{ss}}{N} = 2 - 0,2 \cdot 2 = 1,6 \Rightarrow$ in questo caso aumentare s conviene

5) Qual è il valore di s che mi permette di avere $\frac{C_{ss}}{N}$ più alto?

$s\left(\frac{K_{ss}}{N}\right)^{0,5} = \delta \frac{K_{ss}}{N} \quad \frac{s}{\delta}\left(\frac{K_{ss}}{N}\right)^{0,5} = \frac{K_{ss}}{N} \quad \frac{s}{\delta} = \left(\frac{K_{ss}}{N}\right)^{0,5} = \frac{Y_{ss}}{N}$

$\frac{C_{ss}}{N} = (1-s)\frac{Y_{ss}}{N} = (1-s)\frac{s}{\delta}$ (in lettere, in numero decimo)

$\frac{\partial}{\partial s}(1-s)\frac{s}{\delta} = \frac{\partial}{\partial s}(s-s^2)\cancel{\frac{1}{\delta}} = 1-2s = 0 \quad s = \frac{1}{2}$

Lezione 6

$\frac{Y_c}{N} = \sqrt{\frac{K_c}{N}}$ l'incremento di capitale diminuisce nel tempo (rendimenti marginali decrescenti) → principio che sta alla base della convergenza

Concetto della **GOLDEN RULE**:
cambiando il valore del tasso di risparmio ottengo diversi valori di SS. (più alto s ⇒ più alto il valore in SS) Ma $\frac{C}{N}$ non è una funzione crescente di s, quindi non è detto che se aumento s aumenta anche il consumo per c.

Gli economisti si chiedono "qual è il valore che deve avere s per ottenere il maggior $\frac{C}{N}$?"

Quando $Y = K^{0,5}N^{0,5}$ $\quad \frac{K^*}{N} = \left(\frac{s}{\delta}\right)^2 \quad \frac{C^*}{N} = (1-s)\frac{Y^*}{N} = (1-s)\left(\frac{s}{\delta}\right) = \frac{s(1-s)}{\delta}$

se $s = 0,1$ o $s = 0,9 \Rightarrow \frac{C^*}{N} = \frac{0,1(1-0,1)}{\delta} = \frac{0,9(1-0,9)}{\delta} = \frac{0,09}{\delta}$

$s = 0,2, s = 0,8 \Rightarrow \frac{C^*}{N} = \frac{0,16}{\delta} \quad s = 0,3, s = 0,7 \Rightarrow \frac{0,21}{\delta} \quad s = 0,4, s = 0,6 \Rightarrow \frac{0,24}{\delta}$

massimo: $s = 0,5 \Rightarrow \frac{0,25}{\delta}$

Funzione generica: $\frac{Y}{N} = f\left(\frac{K}{N}\right)$

In termini empirici, risultato: - buono ⇒ concetto della convergenza
- non buono ⇒ concetto di SS: perché possono passare vari anni ma l'economia, in termini per capital, smette di crescere ⇒ in SS crescita del PIL = 0

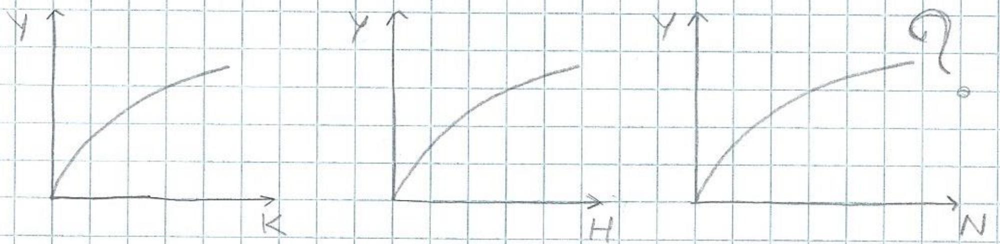
Economisti vogliono tenere la convergenza, ma eliminare lo SS, lo fanno in 2 modi:

1) Forse nella funzione di produzione c'è un terzo input oltre K, N.

$\frac{Y}{N} = f\left(\frac{K}{N}, \frac{H}{N}\right)$; K = capitale fisso, K/N capitale per lavoratore
H = $\underbrace{\text{capitale}}_{\text{più simile alla variabile K}}\ \underbrace{\text{umano}}_{\text{più simile alla variabile N}}$

Il PIL di un paese dipende anche dalle conoscenze dei lavoratori: livello di conoscenza ed istruzione che ogni singolo individuo ha segue un processo di accumulazione (somma delle nozioni)

Ipotesi: - $Y = F(K, H, N)$ ha ritorni costanti di scala, ciò significa:
$\frac{Y}{N} = f\left(\frac{K}{N}, \frac{H}{N}, 1\right)$
- N è una costante, cioè la popolazione coincide con il numero dei lavoratori
- ritorni marginali decrescenti per K, H, N



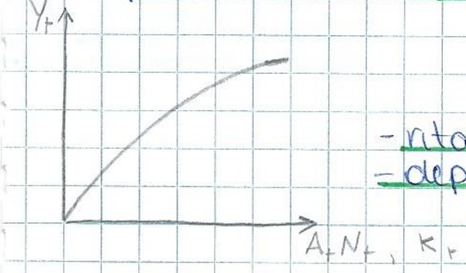
All'aumentare di K, H, il PIL aumenta, ma sempre meno con il passare del tempo

2) Nel modello di Solow manca: processo tecnologico → A
crescita della popolazione

$Y_t = F(K_t, A_t \cdot N_t)$

$A_t \cdot N_t$: lavoro effettivo, cioè il lavoro che ogni individuo riesce a fare con un certo livello di tecnologia

La funzione ha: - ritorni costanti di scala ⇒ $\underbrace{\frac{Y_t}{A_t N_t}}_{\text{PIL per lavoratore effettivo}} = f\left(\frac{K_t}{A_t N_t}, 1\right)$



- ritorni marginali di scala
- deprezzamento (δ) costante nel tempo

Modello nuovo: $K_{t+1} = s \cdot F(K_t, A_t \cdot N_t) + (1-\delta) K_t$ → vale in termini assoluti non per capital

$\Rightarrow \frac{K_{t+1}}{A_t N_t} = s \cdot F\left(\frac{K_t}{A_t N_t}, 1\right) + (1-\delta)\frac{K_t}{A_t N_t}$ La funzione di produzione dipende dal prodotto del cap. e del lavoro effettivo

$\frac{A_{t+1} - A_t}{A_t} = g_A$ → tecnologia cresce nel tempo ad un tasso costante
Se $g_A = 2\%$ allora ogni anno la tecnologia aumenta del 2%

$\frac{A_{t+1}}{A_t} = 1 + g_A$

$$\frac{N_{t+1}-N_t}{N_t} = g_N \Rightarrow$$ la popolazione cresce nel tempo a un tasso costante $$\frac{N_{t+1}}{N_t} = 1+g_N$$

$$\frac{K_{t+1}}{A_{t+1}\cdot N_{t+1}} \cdot \frac{A_{t+1}}{A_t}\frac{N_{t+1}}{N_t} = \underbrace{sF\left(\frac{K_t}{A_tN_t},1\right)}_{\text{risparmio}} + \underbrace{(1-\delta)\left(\frac{K_t}{A_tN_t}\right)}_{\text{deprezzamento}}$$

$\Downarrow$

$$\underbrace{\frac{K_{t+1}}{A_{t+1}N_{t+1}}(1+g_A)(1+g_N)}_{\text{tempo } t+1} = \underbrace{sF\left(\frac{K_t}{A_tN_t},1\right) + (1-\delta)\left(\frac{K_t}{A_tN_t}\right)}_{\text{tempo } t}$$

Lezione 7

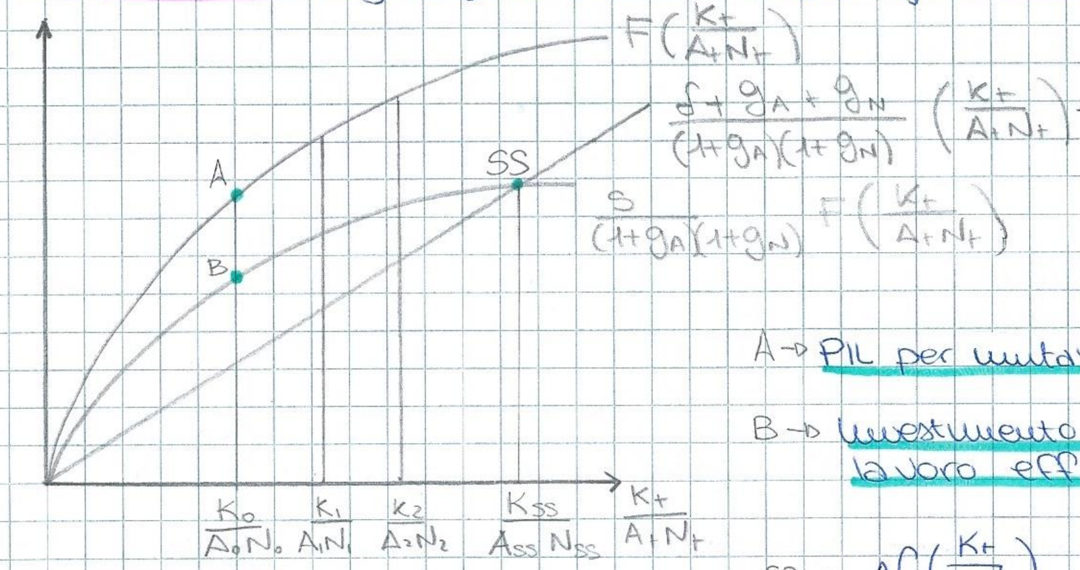
$$\frac{K_{t+1}}{A_{t+1}N_{t+1}} = \frac{s}{(1+g_A)(1+g_N)}\cdot F\left(\frac{K_t}{A_tN_t}\right) + \frac{1-\delta}{(1+g_A)(1+g_N)}\left(\frac{K_t}{A_tN_t}\right)$$

$$\frac{K_{t+1}}{A_{t+1}N_{t+1}} - \frac{K_t}{A_tN_t} = \frac{s}{(1+g_A)(1+g_N)} F\left(\frac{K_t}{A_tN_t}\right) + \frac{1-\delta}{(1+g_A)(1+g_N)}\left(\frac{K_t}{A_tN_t}\right) - \left(\frac{K_t}{A_tN_t}\right)$$

$$\frac{K_{t+1}}{A_{t+1}N_{t+1}} - \frac{K_t}{A_tN_t} = \frac{s}{(1+g_A)(1+g_N)} F\left(\frac{K_t}{A_tN_t}\right) + \frac{1-\delta-(1+g_A)(1+g_N)}{(1+g_A)(1+g_N)}\left(\frac{K_t}{A_tN_t}\right)$$

$$\frac{K_{t+1}}{A_{t+1}N_{t+1}} - \frac{K_t}{A_tN_t} = \frac{s}{(1+g_A)(1+g_N)} F\left(\frac{K_t}{A_tN_t}\right) + \frac{\cancel{1}-\delta-\cancel{1}-g_N-g_A-\overset{\simeq 0}{g_Ng_A}}{(1+g_A)(1+g_N)}\left(\frac{K_t}{A_tN_t}\right)$$

$$\frac{K_{t+1}}{A_{t+1}N_{t+1}} - \frac{K_t}{A_tN_t} = \frac{s}{(1+g_A)(1+g_N)} F\left(\frac{K_t}{A_tN_t}\right) - \frac{\delta+g_A+g_N}{(1+g_A)(1+g_N)}\left(\frac{K_t}{A_tN_t}\right) \Rightarrow$$ **LEGGE DI MOTO DELLA VARIAZIONE DEL CAPITALE**



$\rightarrow$ Non è più la retta del deprezzamento, ha due addendi in più, mi dice come si prosciuga l'investimento al crescere di A e N

A $\rightarrow$ PIL per unità di lavoro effettivo

B $\rightarrow$ investimento per unità di lavoro effettivo

$$SS \rightarrow \frac{sf\left(\frac{K_t}{A_tN_t}\right)}{\cancel{(1+g_A)(1+g_N)}} = \frac{\delta+g_A+g_N}{\cancel{(1+g_A)(1+g_N)}}\left(\frac{K_t}{A_tN_t}\right)$$

$\Downarrow$

In SS:

$$s\cdot f\left(\frac{K_t}{A_tN_t}\right) = (\delta+g_A+g_N)\frac{K_t}{A_tN_t} \Leftarrow$$ il risparmio è uguale al deprezzamento più la crescita di A e di N