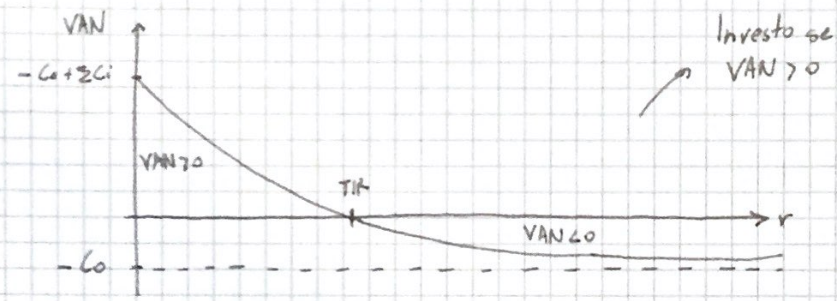
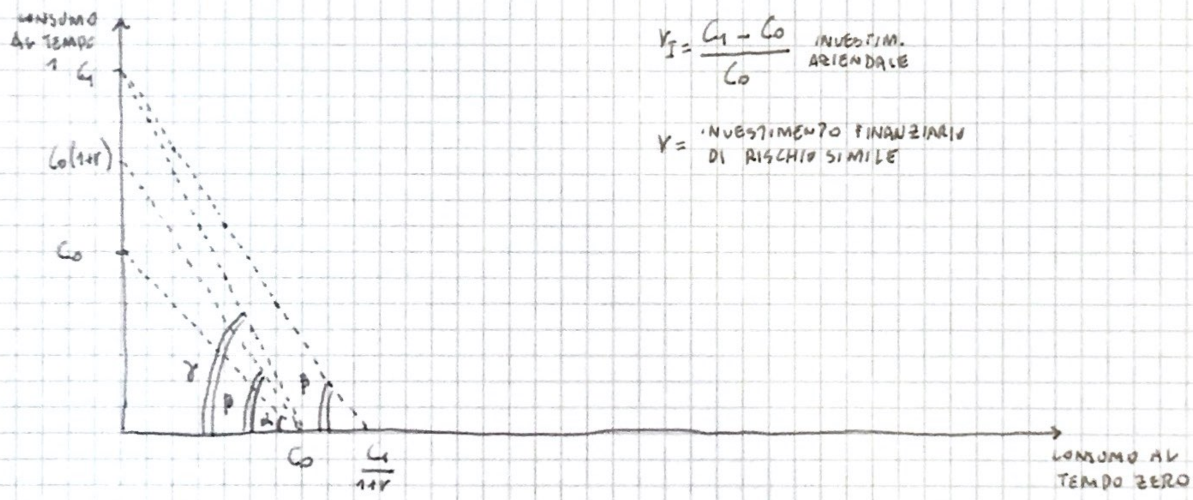
ESAME ORALE 20/02/20

NB $VAN = -C_0 + \sum_{i=1}^{T} \frac{C_i}{(1+r)^i}$



TIR = tasso interno di rendimento

NB INVESTIMENTO IN AZIENDA CON $r_I > r$



$r_I = \frac{C_1 - C_0}{C_0}$ INVESTIM. AZIENDALE

$r =$ INVESTIMENTO FINANZIARIO DI RISCHIO SIMILE

$\alpha = 45°$

$\tan\beta = \frac{C_0(1+r)}{C_0} = 1+r$

$\tan\gamma = \frac{C_1}{C_0} = 1+r_I$

L'investimento aziendale permette alla formica di avere al tempo 1 C_1 $(> C_0(1+r))$ e alla cicala di avere al tempo zero $\frac{C_1}{1+r}$ $(> C_0)$

NB TASSO DI INTERESSE SEMPLICE E COMPOSTO

SEMPLICE: $C_1 = C_0 + rC_0$, $C_2 = C_1 + rC_0 = C_0(1+2r) \Rightarrow \boxed{C_i = (1+ir)C_0}$

COMPOSTO: $C_1 = C_0 + rC_0$, $C_2 = C_1 + rC_1 = C_1(1+r) = C_0(1+r)^2$

$\Rightarrow \boxed{C_i = C_0(1+r)^i}$

NB Azioni

E_B = VALORE CONTABILE DELL'EQUITY $\quad E_B = A - D$

↳ valore che l'azienda rimborserebbe agli azionisti in caso di fallimento

$$\boxed{P_E^{(1)} = \frac{E_B}{N}}$$ VALORE FONDAMENTALE DI OGNI AZIONE

$$\boxed{P_E^{(2)} = \sum_{t=1}^{+\infty} \frac{d_t}{(1+r_E)^t}}$$ FORMULA DI GORDON $\quad$ con d_t = dividendo atteso al tempo t

E_M = VALORE DI MERCATO DELL'EQUITY $\quad E_M = P_M \cdot N \quad$ con P_M = prezzo di mercato delle azioni

ROE = RETURN OF EQUITY $\quad \boxed{\pi = ROE \cdot E_B}$

r_E = RETURN OF EQUITY DI MERCATO

α = TASSO DI RITENZIONE DEGLI UTILI (% di quanto tengo nell'equity dell'utile precedente)

EPS = EARNINGS PER SHARE (utili x azione)

$$\boxed{d = (1-\alpha) \cdot EPS}$$ DIVIDENDO PER AZIONE

$$\pi(t) = ROE \cdot E_B(t)$$

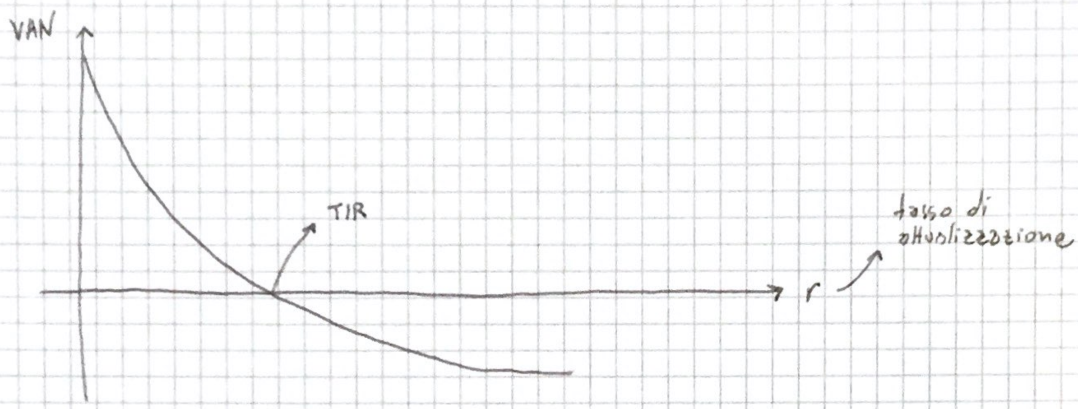
$$E_B(t+1) = E_B(t) + \alpha\,\pi(t) = (1+\alpha \cdot ROE)\,E_B(t)$$

$$\boxed{VAOC = P_0^{\alpha} - P_0^{\alpha=0}}$$ VALORE ATTUALE DELLE OPPORTUNITÀ DI CRESCITA

$$VAN_1 = -\alpha\,EPS_1 + \frac{\alpha \cdot ROE \cdot EPS_1}{r} \Rightarrow \boxed{VAOC = \frac{VAN_1}{r-g}} \quad \left(P_0 = \frac{(1-\alpha)\,EPS_1}{r - \alpha ROE} \right)$$

$$\left.\begin{array}{l} VAN_2 = -\alpha\,EPS_2 + \dfrac{\alpha \cdot ROE \cdot EPS_2}{r} \\ EPS_2 = (1+g)\,EPS_1 \end{array}\right\} \Rightarrow VAN_i = (1+g)^{i-1}\,VAN_1$$

NB La regola del TIR



> ACCETTO UN PROGETTO DI INVESTIMENTO SE IL TASSO DI ATTUALIZZAZIONE / COSTO OPPORTUNITÀ DEL CAPITALE È INFERIORE AL TIR PERCHÉ QUESTO IMPLICA VAN > 0

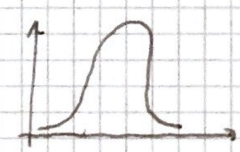
↳ Meglio però utilizzare regola del VAN perché non sempre un TIR maggiore implica un VAN maggiore

---

NB Rendimenti e Ritorni

$P(t)$ = PREZZO
$R(t)$ = RITORNO

$$\Rightarrow R(t) = \frac{P(t) - P(t-1)}{P(t-1)}$$



↳ distribuz. normale descrive variabili che si tendono a concentrare attorno ad un valor medio

$R(t) \overset{d}{\sim} N(\mu, \sigma^2)$ con σ^2 = quanto la variabile aleatoria si discosta quadraticamente dalla media

IPOTIZZIAMO DI AVERE UN PORTAFOGLIO π CON AZIONI A e B

$$R_A(t) \overset{d}{\sim} N(\mu_A, \sigma_A^2) \qquad R_B(t) \overset{d}{\sim} N(\mu_B, \sigma_B^2) \Rightarrow R_\pi(t) \overset{d}{\sim} N(\mu_\pi, \sigma_\pi^2)$$

$$\boxed{P_\pi(t) = n_A \cdot P_A(t) + n_B \cdot P_B(t)}$$

$$R_\pi(t) = \frac{P_\pi(t) - P_\pi(t-1)}{P_\pi(t-1)} = \frac{n_A \cdot P_A(t-1) \cdot R_A(t)}{P_\pi(t-1)} + \frac{n_B \cdot P_B(t-1) \cdot R_B(t)}{P_\pi(t-1)}$$

$$= w_A(t-1) \cdot R_A(t) + w_B(t-1) \cdot R_B(t-1) \quad \text{dove} \quad w_A = \frac{n_A \cdot P_A}{P_\pi}$$

$$\Rightarrow \boxed{R_\pi(t) = w_A(t-1) R_A(t) + w_B(t-1) \cdot R_B(t)}$$

$\mu_\pi = E(R_\pi)$

$\Rightarrow \mu_\pi = E\left(w_{A(t-1)} \cdot R_A(t) + w_{B(t-1)} \cdot R_B(t)\right) = w_{A(t-1)} E(R_A(t)) + w_{B(t-1)} E(R_B(t))$

$\Rightarrow \boxed{\mu_\pi = w_A \mu_A + w_B \mu_B}$

$\sigma_\pi^2 = E\left[(R_\pi - \mu_\pi)^2\right] \rightarrow \sigma_\pi =$ SCARTO QUADRATICO MEDIO DEI RENDIMENTI

$\Rightarrow \sigma_\pi^2 = E\left[(w_A R_A + w_B R_B - w_A \mu_A - w_B \mu_B)^2\right] = E\left[\left(w_A (R_A - \mu_A) + w_B (R_B - \mu_B)\right)^2\right]$

$= E\left(w_A^2 (R_A - \mu_A)^2\right) + E\left(w_B^2 (R_B - \mu_B)^2\right) + E\left(2 w_A w_B (R_A - \mu_A)(R_B - \mu_B)\right)$

($E\left[(R_A - \mu_A)(R_B - \mu_B)\right] = \sigma_{AB}$ COVARIANZA

Due variabili aleatorie indipendenti hanno covarianza nulla)

$\Rightarrow \boxed{\sigma_\pi^2 = w_A^2 \sigma_A^2 + w_B^2 \sigma_B^2 + 2 w_A w_B \sigma_{AB}}$

LA VARIANZA σ_π MI INDICA IL RISCHIO!

IL RENDIMENTO ATTESO DEL PORTAFOGLIO È LA MEDIA PONDERATA DEI RENDIM. ATTESI DELLE SINGOLE AZIONI!

$\sigma_{AB} = \sigma_A \cdot \sigma_B \cdot \rho_{AB}$ dove $\rho_{AB} =$ COEFFICIENTE DI CORRELAZIONE $\rightarrow$

$\rho_{AB} = 1$ se A e B perfettam. correlati (A sale B sale)

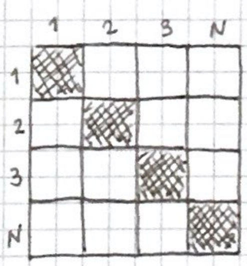
$\rho_{AB} = 0$ se totalmente indip.

$\rho_{AB} = -1$ se correlazione perfettam. negativa

↳ COVARIANZA è la misura del grado in cui i prezzi delle due azioni si muovono insieme

NB IPOTIZZIAMO DI INVESTIRE UNA QUANTITÀ DI DENARO UGUALE SU N AZIONI

$\Rightarrow$ Quota investita su ciascuna azione $1/N$



$\Rightarrow \sigma_\pi^2 = N \cdot \left(\frac{1}{N}\right)^2 \cdot \sigma^2_{MEDIO} + (N^2 - N) \cdot \left(\frac{1}{N}\right)^2 \cdot \sigma_{ij\,MEDIA} =$ (covarianza)

$\Rightarrow \sigma_\pi^2 = \text{COVARIANZA}_{MEDIA} + \left(\frac{1}{N}\right)\left(\sigma^2_{MEDIO} - \text{COVARIANZA}_{MEDIA}\right)$

↳ All'aumentare di N la VARIANZA si approssima alla cov media ovvero il RISCHIO DEL MERCATO o RISCHIO SISTEMATICO che rimane dopo aver diversificato!

NB REPLICAZIONE E DISFACIMENTO DEL LEVERED

$E(x) =$ EBIT ATTESO O MEDIO → utili lordi prima di aver pagato debiti e tasse

$r_D =$ COSTO/RENDIM. DEL DEBITO ⇒ $D \cdot r_D =$ REMUNERAZIONE OBBLIGAZIONISTI

$r_E =$ COSTO/RENDIM. DELL'EQUITY ⇒ $\boxed{E \cdot r_E = E(x) - r_D \cdot D}$ = REMUNERAZIONE AZIONISTI

$\boxed{V = E + D}$ = VALORE AGGREGATO DEI TITOLI EMESSI DALL'AZIENDA

$\boxed{r_A \cdot V = E(x)}$ ⇒ $r_A = \frac{E}{V} \cdot r_E + \frac{E}{D} \cdot r_D$ WACC (COSTO MEDIO PONDERATO DEL CAPITALE)

DEF MERCATO FINANZIARIO PERFETTO:

- assenza costi di arbitraggio
- tasso remuneraz debito = tasso remuneraz. credito
- assenza di arbitraggio (acquistare su un mercato e rivendere su un altro)

TEOREMA DI MODIGLIANI - MILLER

VOGLIAMO DIMOSTRARE CHE DUE IMPRESE UGUALI IN TUTTO, QUINDI STESSO EBIT ATTESO, MA CON STRUTTURE FINANZIARIE DIVERSE ABBIANO LO STESSO VALORE AGGREGATO DEI TITOLI EMESSI

1) IMPONGO $V_L > V_U$

a. ACQUISTO α DELLE AZIONI LEVERED

⇒ HO PORTAFOGLIO $\pi_0 = \alpha \cdot E_L$

E FLUSSO DI CASSA $Y_0 = \alpha \left(E(x) - r_D \cdot D_L \right)$

b. VENDO π_0, INCASSO $\alpha \cdot E_L$ E MI INDEBITO DI $\alpha \cdot D_L$

c. COMPRO AZIONI UNLEVERED

⇒ HO PORTAFOGLIO $\pi_1 = \frac{\alpha \cdot E_L + \alpha \cdot D_L}{E_U} \cdot E_U = \alpha (E_L + D_L)$

E FLUSSO DI CASSA $Y_1 = \frac{\alpha (E_L + D_L)}{E_U} \cdot E(x) - \alpha \cdot r_D \cdot D_L = \alpha \left(\frac{V_L}{V_U} E(x) - r_D \cdot D_L \right)$

SE $V_L > V_U$ CON REPLICAZIONE DEL LEVEREGE HO $Y_1 > Y_0$ ⇒ ARBITRAGGIO

2) IMPONGO $V_U > V_L$

a) COMPRO α AZIONI UNLEVERED

$\Rightarrow$ HO PORTAFOGLIO $\pi_0 = \alpha \cdot E_U$

E FLUSSO $Y_0 = \alpha \cdot E(x)$

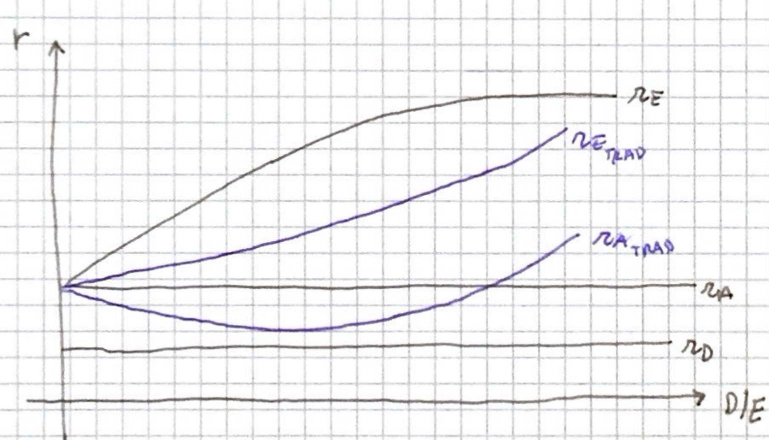
b) VENDO AZIONI E INCASSO $\alpha \cdot E_U$, COMPRO $\frac{E_L}{V_L} \alpha \cdot E_U$ AZIONI e $\frac{D_L}{V_L} \alpha \cdot E_U$ OBBLIGAZIONI L

c) HO PORTAFOGLIO $\pi_1 = \frac{E_L}{V_L} \cdot \alpha E_U + \frac{D_L}{V_L} \cdot \alpha E_U = \alpha E_U$

HO FLUSSO DI CASSA $Y_1 = \frac{E_L/V_L \cdot \alpha \cdot E_U}{E_L} \left(E(x) - r_D \cdot D_L\right) + \frac{D_L/V_L \cdot \alpha E_U}{D_L} \cdot r_D \cdot D_L$

$= \alpha \cdot \frac{V_U}{V_L} \left(E(x) - r_D \cdot D_L\right) + \frac{V_U}{V_L} \alpha r_D \cdot D_L = \alpha \cdot \frac{V_U}{V_L} \cdot E(x)$

ESSENDO $V_U > V_L$ COL DISFACIM. DEL LEVERED HO $Y_1 > Y_0$ $\Rightarrow$ ARBITRAGGIO



MODIGLIANI MILLER

$V_U = V_L \Rightarrow r_A = cost!$

$r_A \cdot V = r_E \cdot E + r_D \cdot D$

$\Rightarrow r_E = r_E + (r_A - r_D) \cdot \frac{D}{E}$

↳ Secondo i TRADIZIONALISTI il costo di indebitamento per una azienda è inferiore a quello del singolo investitore per questo le azioni levered sono privilegiate. Inoltre i tradizionalisti ipotizzano un grado di indebitamento ottimale per cui r_A è minimo e che r_E cresca ma al di sotto di quanto ipotizzato da MM

NB Valori Attuali

- V.A. CASHFLOW INFINITO COSTANTE

$C_1 = C_2 = C_3 = C$

$$\sum_{i=0}^{+\infty} \alpha^i = \frac{1}{1-\alpha} \quad \text{se } |\alpha|<1$$

$$V.A. = \sum_{i=1}^{+\infty} \frac{C_i}{(1+r)^i}$$

$$\Rightarrow V.A. = C\left(\sum_{0}^{+\infty} \frac{1}{(1+r)^i} - 1\right) = C\left(\frac{1}{1-\frac{1}{1+r}} - 1\right) = C\left(\frac{1+r}{r} - \frac{r}{r}\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{V.A. = \frac{C}{r}}$$

- V.A. CASHFLOW INFINITO CON TASSO ρ

$C_2 = C_1(1+\rho)$

$C_3 = C_2(1+\rho) = C_1(1+\rho)^2$

$$\Rightarrow C_i = C_1(1+\rho)^{i-1}$$

$$V.A. = \sum_{1}^{+\infty} \frac{C_i}{(1+r)^i} = \frac{C_1}{1+\rho}\left(\sum_{0}^{+\infty}\left(\frac{1+\rho}{1+r}\right)^i - 1\right) = \frac{C_1}{1+\rho}\left(\frac{1}{1-\frac{1+\rho}{1+r}} - 1\right) =$$

$$= \frac{C_1}{1+\rho}\left(\frac{1+r}{r-\rho} - \frac{r-\rho}{r-\rho}\right) \Rightarrow \boxed{V.A. = \frac{C_1}{r-\rho}}$$

- V.A. CASHFLOW COSTANTE PER T ANNI

$$V.A.(A) = \frac{C}{r}$$

$$V.A.(B) = \frac{C}{r(1+r)^T}$$

$$\Rightarrow \boxed{V.A(A) - V.A(B) = C\left[\frac{1}{r} - \frac{1}{r(1+r)^T}\right]}$$

NB Variabili Reali e Nominali

V. REALE = misurata in unità fisiche

V. NOMINALE = misurata con valore monetario

FLUSSO CASSA REALE = FLUSSO CASSA NOMINALE / (1 + TASSO INFLAZ.)

$(1 + r_{REALE}) = (1 + r_{NOMINALE}) / (1 + \text{tasso}_{inflaz.})$

NB OBBLIGAZIONI

V = VALORE NOMINALE DEL LOTTO MINIMO e VALORE DI RIMBORSO

P_M = PREZZO DI MERCATO ESPRESSO IN % DEL VALORE NOMINALE

r_N = TASSO DI INTERESSE NOMINALE $\qquad C = r_N \cdot V$

$$\Rightarrow V.A. = \sum_{i=1}^{T} \frac{C_i}{(1+r)^i} + \frac{V}{(1+r)^T}$$

$$V.A.N. = -P_M \cdot V + \sum_{i=1}^{T} \frac{r_N \cdot V}{(1+r)^i} + \frac{V}{(1+r)^T} =$$

$$= -P_M V + r_N V \left[\frac{1}{r} + \frac{1}{r(1+r)^T} \right] + \frac{V}{(1+r)^T}$$

1 ES

Esercizio:

(1) $\alpha = 0 \quad EPS_1 = 10\,€ \quad d_1 = 10\,€ \quad r_E = 10\% = 0{,}1$ NOI SIAMO A $t = 0$

$$\Rightarrow P_E^{(0)} = \frac{d_1}{r_E} = 100\,€$$

↳ CON $\alpha = 0$ EPS E d COSTANTI $\forall t$

(2) AZIENDA INVESTE E QUESTO RENDE ROE = 10%,
AL TEMPO 1 $\alpha = 1$ MA DOPO $\alpha = 0$

$$\alpha_1 = 1 \Rightarrow d_1 = (1 - \alpha_1)\, EPS_1 = 0\,€$$

$$\alpha_2 = 0 \Rightarrow d_2 = (1 - \alpha_2)\, EPS =$$

(1) AZIENDA NON INVESTE

$t = 1$	$d_1 = 10\,€$	$\alpha = 0$
$t = 2$	$d_2 = 10\,€$	$\alpha = 0$
$t = 3$	$d_3 = 10\,€$	$\alpha = 0$

(2) AZIENDA INVESTE

$t = 1$	$\alpha = 1$	$d_1 = 0\,€$
$t = 2$	$\alpha = 0$	$d_1 = 11\,€$
$t = 3$	$\alpha = 0$	$d_2 = 11\,€$

investimento di 10 €

ROE = 10%

COME SI MODIFICA IL PREZZO DELL'AZIONE?

$$P_E^{(1)} = \frac{d_2}{r_E} = \frac{11}{0{,}1} = 110\,€$$

↳ ATTUALIZZO AL TEMPO ZERO $\quad P_E^{(0)} = \frac{P_E^{(1)}}{(1+r)} = \frac{110}{1{,}1} = 10\,€ \Rightarrow$ LA SITUAZIONE È INDIFFERENTE

RAGIONIAMO SUL VAN: $\quad VAN = -C_0 + \sum_{i=1}^{T} \frac{C_i}{(1+r)^i}$

$$VAN = -d_1 + \sum_{i=1}^{100} \frac{d_1 \cdot ROE}{(1+r)^i} = -d_1 + \frac{d_1 \cdot ROE}{r}$$

$\Rightarrow$ HA SENSO INVESTIRE QUANDO $ROE > r$

ESERCIZIO:

$\alpha = cost$
$ROE = cost$

$d_1 = 5€ \qquad e = \text{TASSO DI CRESCITA} = \alpha \cdot ROE = 10\% \qquad r = 15\% = 0{,}15 \qquad EPS_1 = 8{,}33€$

$$\text{PREZZO DELL'AZIONE} = P_E^{(0)} = \frac{d_1}{r-e} = 100€$$

$$d_1 = (1-\alpha)\,EPS_1 \Rightarrow \alpha = 1 - \frac{d_1}{EPS_1} = 0{,}4 \qquad e = \alpha \cdot ROE \Rightarrow ROE = \frac{e}{\alpha} = 25\%$$

SE AVESSIMO AVUTO $\alpha = 0$ (E QUINDI $e = 0$) (d_1 CAMBIA $EPS_1 = 8{,}33€$)

$$d_1 = (1-\alpha)\,EPS_1 = EPS_1$$

$$P_E^{\,0} = \frac{EPS_1}{r} = 55{,}56€ \qquad \boxed{P_E^{\,0} = \frac{(1-\alpha)\,EPS_1}{r - \alpha ROE}}$$

$$\boxed{P_0^{(\alpha=0,4)} - P_0^{(\alpha=0)} = VAOC}$$ VALORE ATTUALE DELLE OPPORTUNITÀ DI CRESCITA

OGNI AZIONE RENDE 8,33€ MA IO AZIONISTA RICEVO 5€ PERCHÉ AZIENDA TRATTIENE 0,4 DEGLI UTILI QUINDI 3,33€ E LI INVESTE CON RENDIMENTO ROE = 25%.

$$\Rightarrow \boxed{VAN_{1\ \text{VALUTATO PER AZIONISTI}} = -\alpha \cdot EPS_1 + \frac{\alpha\, EPS_1 \cdot ROE}{r}}$$

ESPRIME PER $t=1$ QUANTO HO LEVATO AGLI AZIONISTI E QUANTO MI HA FRUTTATO

$$VAN_1 = -3{,}33 + \frac{3{,}33 \cdot 0{,}25}{0{,}15} = 2{,}22€$$

$$VAN_2 = -\alpha \cdot EPS_2 + \frac{\alpha \cdot EPS_2 \cdot ROE}{r} = -\alpha(1+e)\,EPS_1 + \frac{\alpha(1+e)\,EPS_1 \cdot ROE}{r}$$

$\hookrightarrow EPS = \frac{\pi}{N} \Rightarrow$ CRESCE COME π $\qquad VAN_2 = (1+e) \cdot VAN_1 \Rightarrow \boxed{VAN_n = (1+e)\,VAN_{n-1}}$

$$\boxed{VAOC = \frac{(1-\alpha)\,EPS_1}{r-e} - \frac{EPS_1}{r}} = \frac{EPS_1}{r(r-e)}\left(\cancel{r} - \alpha r - \cancel{r} + \alpha \cdot ROE\right) \Rightarrow \boxed{VAOC = \frac{VAN_1}{r-e}}$$

$$\frac{VAN_1}{r-e} = \frac{-\alpha\, EPS_1}{r-e} + \frac{\alpha\, EPS_1 \cdot ROE}{r\,(r-e)} = \frac{EPS_1}{r(r-e)}\left(-\alpha \cdot r + \alpha \cdot ROE\right)$$