$\vec{B}$ INDUZ. MAGNETICA [T] – $\vec{H}$ CAMPO MAGNETICO [A/m]

$\vec{D}$ INDUZ. ELETTRICA [C/m²] – $\vec{E}$ CAMPO ELETTRICO [V/m]

$\vec{F}$ CAMPO ELETTROMOTORE [V/m] non conservativo

$\vec{J}$ CAMPO DI CORRENTE [A/m²] – δ DENSITÀ CAMPO DI CARICA [C/m³] – σ DENSITÀ DI CARICA SUPERFICIALE [C/m²]

– λ " " " LINEARE [C/m]

EQNI MAXWELL

I) $\oint_\ell \vec{E}\cdot d\vec{\ell} = -\frac{d}{dt}\int_S \vec{B}\cdot d\vec{S}$ FARADAY-NEUMANN-LENZ

V) $\int_S \vec{J}\cdot d\vec{S} = -\frac{d}{dt}\int_V \delta\, dV$ LEGGE DI CONSERVAZ. DELLA CARICA

II) $\oint_\ell \vec{H}\cdot d\vec{\ell} = \int_S \vec{J}\cdot d\vec{S} + \frac{d}{dt}\int_S \vec{D}\cdot d\vec{S}$ AMPÈRE-MAXWELL

III) $\int_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = \int_V \delta\, dV$ GAUSS ELETTRICO

IV) $\int_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0$ GAUSS MAGN.

EQ^NI COSTITUTIVE

- $\vec{D} = \epsilon\vec{E}$ $(\epsilon = [F/m])$
- $\vec{J} = \sigma(\vec{E}+\vec{F})$ $(\sigma = [S/m])$
- $\vec{B} = \mu\vec{H}$ $(\mu = [H/m])$

- $\int_\ell \vec{E}\cdot d\vec{\ell}$ = TENSIONE ODDP [V]
- $\int_\ell \vec{H}\cdot d\vec{\ell}$ = FORZA MAGNETOMOTRICE [A] o [A-SPIRA]
- $\int_S \vec{D}\cdot d\vec{S}$ = FLUSSO ELETTRICO [C]
- $\int_S \vec{B}\cdot d\vec{S}$ = FLUSSO MAGNETICO [Wb]
- $\int_S \vec{J}\cdot d\vec{S}$ = corrente [A]
- $\int_V \delta\, dV$ = carica [C]

$\vec{J} = \delta^+\vec{v}^+ + \delta^-\vec{v}^-$, v^+ = vel. cariche ⊕, v^- = vel cariche ⊖

CONDUTTORI FILAMENTARI $i(t) = \pm JS$, $J = \pm\frac{i(t)}{S}\vec{t}$

LEGGE DI CONTINUITÀ

- $i_u = \frac{dq_u}{dt} = -\frac{dq_i}{dt}$ q_u = q uscente, q_i = q interna
- $i_u = \int_V \nabla\cdot\vec{J}\, dV$ (TEOREMA DELLA DIVERGENZA)
- $i_u = -\int_V \frac{d\delta}{dt}\, dV$, $\nabla\cdot\vec{J} = -\frac{d\delta}{dt}$ (LEGGE IN FORMA DIFFERENZIALE)

CAMPO ELETTRICO

$\nabla\times\vec{E}_C = 0 \Rightarrow \vec{E}_C = -\nabla V$ SOLO PER CAMPO COULOMBIANO (STAZIONARIO)

V=0 SOLO A TERRA O ALL'INFINITO

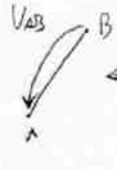
I) δ = cost, $\vec{J} = 0$ ELETTROSTATICA

II) δ = cost, $\vec{J}$ = cost CASO STAZIONARIO → CAMPO DI CORRENTE SOLENOIDALE

III) $\delta \neq$ cost, $\vec{J} \neq$ cost CASO ELETTROMAGNETICO

TENSIONE ELETTRICA

$u(t) = \int_\ell (\vec{E}(P,t)\, d\vec{\ell})\cdot\vec{t}$ [V] oppure [J/C] $\quad V_{AB} = V_A - V_B$



← $U_{AB} = -\int_A^B E\cdot d\ell$

LEGGE DI OHM

$\frac{U}{I} = \text{cost} \rightarrow \frac{U}{I} = R \Rightarrow U = RI$ $\quad R$: RESISTENZA $[\Omega]$ $\qquad \boxed{R, G \text{ sempre} > 0}$

$\Rightarrow I = GU$ $\quad G$ = CONDUTTANZA $[S]$ o $[\Omega]^{-1}$

EFFETTO JOULE $\quad P_J = RI^2 = \frac{U^2}{R} = GU^2 = \frac{I^2}{G}$ $\quad$ (IN GENERALE, $P = U \cdot I$)

RESISTIVITÁ - CONDUCIBILITÁ

$R = \rho \frac{\ell}{S}$, $G = \gamma \frac{S}{\ell} = \sigma \frac{S}{\ell}$ $\quad \rho$ = RESISTIVITÁ $[\Omega \cdot m]$ $\quad \rho = \rho_0(1 + \alpha \Delta T)$

$\sigma - \gamma$ = CONDUCIBILITÁ $[S/m]$

· ρ_0 MISURATO A 20°C DISCOLTO

· α COEFF DI TEMPERATURA

LEGGE DI CONTINUITÁ CONDUTT. GENERICI

$I = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S}$ $\quad U_{AB} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\ell \cdot \hat{t}$ $\quad R = \frac{\int_A^B \vec{E} \cdot d\ell \hat{t}}{\int_S \vec{J} \cdot d\vec{S}} = \frac{U_{AB}}{I}$ $\quad G = \frac{\int_S \vec{J} \cdot d\vec{S}}{\int_A^B \vec{E} \cdot \hat{t}\, d\ell} = \frac{I}{U_{AB}}$

GENERATORI ELETTRICI

$\vec{E} = -\vec{F}$ (DENTRO AL GEN), $e_{AB} = \int_A^B \vec{F} d\vec{\ell} = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = -\Delta V = \mu_0$

GEN. IDEALE DI TENSIONE: $E = V_0$, $(I = 0)$ (COMPORTAM. A VUOTO) $\rightarrow E = U \;\; \forall I$, $R_0 \rightarrow 0$

" REALE DI TENSIONE: $\quad U = E - R_0 I$ $\quad R_0$ = RESIST INT. , E = f.e.m.
(O COMPORTAM A CARICO) $\qquad U$ = TENSIONE AI CAPI

$IU = EI - R_0 I^2$ $\qquad P_e$ = POT. EROGATA

$P_e = P_g - P_J \rightarrow P_g = P_J + P_e$ $\qquad P_g$ = POT. PRODOTTA

P_J = POT DISSIPATA PER EFFETTO JOULE

GENERATORE IDEALE DI CORRENTE $\quad I = J \;\; \forall U, \; G_0 \rightarrow 0$

GENERATORE REALE DI CORRENTE $\quad \boxed{I = J - G_0 U}$

BIPOLI

· **RESISTORE** $\quad U = RI \; / \; I = GU \; / \; R = \rho \frac{\ell}{S} \; / \; G = \sigma \frac{S}{\ell} \; / \; P = RI^2 = \frac{U^2}{R} = GU^2 = \frac{I^2}{G}$

· **GENERATORE DI TENSIONE** $\quad U = E$ (IDEALE) $R_0 \to 0$ $\quad P = EI$

$U = E - R_0 I$ (REALE) $\quad P_g = P_e + P_J$

· INTERRUTTORE IN CHIUSURA $\begin{cases} \text{CIRC. APERTO} \\ \downarrow \\ \text{CORTOCIRCUITO} \end{cases}$

· INTERRUTTORE IN APERTURA $\begin{cases} \text{CORTOCIRCUITO} \\ \downarrow \\ \text{CIRCUITO APERTO} \end{cases}$

· **GENERATORE DI CORRENTE** $\quad I = J$ (IDEALE) $G_0 \to 0$

$I = J - G_0 U$

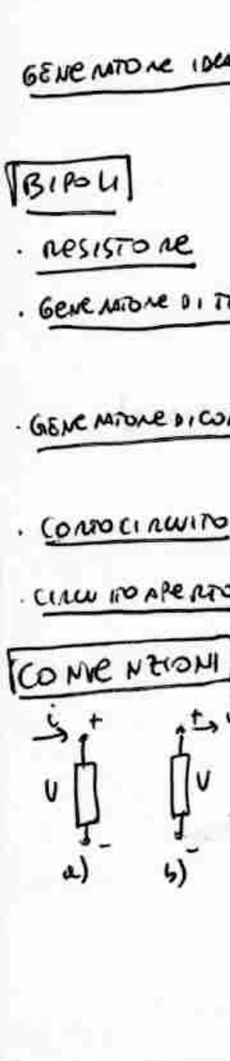
· **CORTOCIRCUITO** $\quad U = 0$, $R = 0$

· **CIRCUITO APERTO** $\quad G = 0$, $I = 0$ (NON ASSORBE ENERGIA)

CONSERVAZIONE DELLA POTENZA

$\Sigma P_k = 0$

CONVENZIONI



a) UTILIZZATORE $\quad P = RI^2 > 0 \Rightarrow P$ dissipata

b) GENERATORE $\quad P = U \cdot I > 0 \Rightarrow P$ EROGATA

$P = UI < 0 \Rightarrow P$ UTILIZZATA/ASSORBITA

NODI: CONNESSIONI TRA I BIPOLI (PUNTI)

LATI: COLLEGAMENTI TRA COPPIE DI NODI MEDIANTE BIPOLI

MAGLIE: PORZIONI DI SPAZIO PIANARE FRA DUE O PIÙ LATI / PERCORSO CHIUSO CHE PASSA PER LATI E NODI UNA VOLTA SOLA

RETE: INSIEME DI NODI, MAGLIE, RAMI

GRAFO = SCHEMA IDEALE SEMPLIFICATO DELLA RETE

LKC $\sum I = 0$ per un nodo (VALE ANCHE PER INSIEMI DI TAGLIO) → dati n nodi, det. $\boxed{n-1}$ eqni indip.

INSIEME DI TAGLIO: INSIEME CHE PASSA PER I NODI, CHE COMPRENDE CIRCUITO E COMUNI.

LKT $\sum V = 0$ per una maglia o anello → dati l lati ho l correnti ed l tensioni

→ uso $\boxed{l \text{ eqni costitutive}}$ e riduco a l le incognite

→ uso LKT per det $\boxed{l-n+1}$ eqni indip.

BIPOLI IN SERIE

$I_S = I_1 = I_2 = I_n$

[COLLEGAM IN SERIE E-R = GENERATORE REALE DI TENSIONE]

$V_S = V_1 + V_2 + \dots + V_n = \sum_n V_n$

RESISTORI IN SERIE

$\boxed{\text{RETE DI RESISTORI = RETE PASSIVA}}$

$R_{eq} = \sum_n R_n = R_S \to R_S = \frac{V_S}{I_S}$, $V_S = \sum_n V_n$

$\left[V_K = V_S \cdot \frac{R_K}{\sum_n R_n}\right]$ FORMULA DEL PARTITORE DI TENSIONE

BIPOLI IN PARALLELO

$I_S = I_1 + I_2 + \dots + I_n = \sum_n I_n$

[COLLEGAM IN PARALLELO J-R = GENERATORE REALE DI CORRENTE]

$V_S = V_1 = V_2 = \dots = V_n$

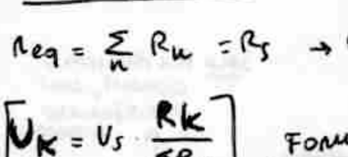
RESISTORI IN PARALLELO

$V_1 = V_2 = V_3 = \dots = V_n = V_P$, $I_P = \sum_n I_n$, $\frac{1}{R_S} = \sum_n \frac{1}{R_n}$

$G_S = \sum_n G_n$

$\left[I_k = I_P \cdot \frac{G_k}{\sum_n G_n}\right]$ FORMULA DEL PARTITORE RESISTIVO DI CORRENTE

$\boxed{\text{TRASFORMAZ. STELLA-TRIANGOLO}}$



$$\Delta \to \lambda = \begin{cases} R_A = \dfrac{R_{AB} \cdot R_{CA}}{R_{AB} + R_{CA} + R_{BC}} \\ R_B = \dfrac{R_{AB} \cdot R_{BC}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}} \\ R_C = \dfrac{R_{AC} \cdot R_{BC}}{R_{AC} + R_{BC} + R_{CA}} \end{cases}$$

$$\lambda \to \Delta = \begin{cases} R_{AB} = \dfrac{R_A R_B + R_A R_C + R_B R_C}{R_C} \\ R_{BC} = \dfrac{R_A R_B + R_A R_C + R_B R_C}{R_A} \\ R_{AC} = \dfrac{R_A R_B + R_A R_C + R_A R_C}{R_B} \end{cases}$$

SE: $R_A = R_B = R_C$, $R_{AB} = R_{BC} = R_{AC}$ $\lambda \to \Delta$ $R_\Delta = 3R_\lambda$

$R_\lambda = \frac{1}{3} R_\Delta$

METODI DI RISOLUZIONE

1) SOVRAPPOSIZ. EFFETTI → NON VALE PER TERMINI QUADRATICI, SOLO LINEARI

2) CORRENTI DI ANELLO O DI MAXWELL → CON GEN. IDEALI DI CORRENTE, LI SI TRATTA COME GEN. DI TENSIONE → INTRODUCO 1 eqne IN PIÙ

3) SEMPLIFICAZIONE DELLA RETE

↳ GENERATORI EQUIVALENTI
- TEOREMA DI SOSTITUZ. – POSSO SOSTITUIRE UN QUALSIASI LATO CON 1 GEN. IDEALE
- TEOREMA DI THÉVENIN – PORZIONE DI RETE DIVENTA GEN. REALE DI TENSIONE
- TEOREMA DI NORTON – " " " " " " CORRENTE
- FORMULE DI MILLMANN

FORMULE DI MILLMANN

SOLO PER CIRCUITI CON 2 NODI (O MOLTI LATI IN //o)

$$\cdot\ E_{eq} = \frac{\sum_n \frac{E_n}{R_n}}{\sum_n \frac{1}{R_n}} \qquad \cdot\ R_{eq} = \frac{1}{\sum_n 1/R_n}$$

Se sono presenti gen. ideali di corrente, al posto di $\frac{E_i}{R_i}$ metto J_i e non metto il valore di una eventuale R_i che stia nel suo stesso lato.

RENDIMENTO

$$P_u = V_u I = R_u I^2 = \frac{R_u}{(R_u+R_e)^2} E^2 \rightarrow \eta = \frac{R_u}{R_u+R_e}$$

$$P_g = EI = \frac{E^2}{R_u+R_e}$$

GENERATORI $\eta = \frac{P_e}{P_g} = \frac{P_e}{P_e + P_J}$

CONDENSATORI - SEGUONO CONVENZIONE UTILIZZATORI!

$$\oint_{S_A} \vec{D}\cdot d\vec{S} = q_A = -q_B = -\oint_{S_B} \vec{D}\cdot d\vec{S}$$

PORTATA DI FLUSSO $(\vec{D})$ = CARICA NELL'ARMATURA

$$u_{AB} = \Delta V_{AB} = \int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{l}$$

$$C = \frac{q}{u} \quad [F]$$

CONDENS. PIANO se $S_A = S_B$ e $S_A // S_B \rightarrow l \ll \sqrt{S}$

$$C = \varepsilon \frac{S}{l}$$

BIPOLO CONDENSATORE

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = C\frac{du(t)}{dt} \Rightarrow du(t) = \frac{i(t)dt}{C} \Rightarrow u(t) = u(t_0) + \frac{1}{C}\int_0^t i(\tau)d\tau$$

- CASO GEN. VALGONO LE [illegible]
- CASO STAZ. $i=0$, $u(t) = U$ (COME CIRCUITO APERTO) → ASSORBE CORRENTE EN. ← SOLO PER TENSIONE COSTANTI, NON VALE X BILANCIO ENERGETICO
- CASO NON STAZ. + COMPLESSO

FASI TRANSITORIE: CARICA E SCARICA

$\cdot$ RETE A RIPOSO $\Rightarrow i_n = 0$, $U_n = 0$

CARICA: $U(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$ $\quad RC = \tau\ [s]$ $\quad$ R INFLUENZA i_0 E L'ANDAM. DI $u(t)$ e $i(t)$ MEDIANTE RC

$$i(t) = \frac{E}{R}(e^{-\frac{t}{RC}}) \qquad u(t_0) = 0,\ i(t_0) = \frac{E}{R}$$

SCARICA: $U(t) = Ee^{-\frac{t}{RC}}$

$$i(t) = -\frac{E}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$$

$Q = q(t=\infty)$

$$E_N = \int_0^\infty P(t)dt = \int_0^\infty u\cdot \underbrace{i\,dt}_{dq} = \int_0^Q \frac{q}{C}dq = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$$

} INDIP. DA R → è la stessa sia per carica che per scarica

PROCESSI CONSERVATIVI

$$E_N = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}QU \quad [J]$$

SERIE DI CONDENSATORI

- $U_s = U_1 + U_2 + \dots + U_n$
- $\frac{1}{C_s} = \sum_n \frac{1}{C_n}$
- $i_s = i_1 = i_2 = \dots = i_n$

PARALLELO DI CONDENSATORI

→ SE INIZIALM. SCARICHI, O VIOLO LKT

- $U_p = U_1 = U_2 = \dots = U_n$
- $i_p = i_1 + i_2 + \dots + i_n$
- $C_p = \sum_n C_n$

$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ = densità di corrente di spostamento

$$\vec{J}_{tot} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

CAMPO DI CORRENTE CON CORRENTE DI SPOSTAM. → $\nabla \vec{J}_t = \nabla\vec{J} + \nabla\frac{\partial\vec{D}}{\partial t} = -\frac{\partial\rho}{\partial t} + \frac{\partial\rho}{\partial t} = 0$ } CAMPO SOLENOIDALE DI CORRENTE

$$\nabla\vec{D} = \rho \Rightarrow \frac{\partial(\nabla\vec{D})}{\partial t} = \frac{\partial\rho}{\partial t} \Rightarrow \nabla\frac{\partial\vec{D}}{\partial t} = \frac{\partial\rho}{\partial t}$$