ALGEBRA LINEARE

• MATRICI

$\underset{n \times m}{A} = \{a_{ij}\}$ $a \to$ ELEMENTO, CHE x NOI SARÀ SOLO di NUMERI REALI

$i = 1, \dots, n$ (RIGA)

$j = 1, \dots, m$ (COLONNA)

n, m } DIMENSIONE MATRICE

$n = m$ MATRICE QUADRATA

$m = 1$ VETTORE COLONNA

$n = 1$ VETTORE RIGA

$n = m = 1$ SCALARE

$X \in \mathbb{R}^n \to$ SEMPRE!

• OPERAZIONI TRA MATRICI

PRODOTTO PER UNO SCALARE

$\alpha \in \mathbb{R}$ $\quad \underbrace{\alpha A}_{n,m} = \{\alpha\, a_{ij}\}$

• SOMMA / DIFFERENZA

$$\underset{n,m}{A} + \underset{n,m}{B} = \{a_{ij} + b_{ij}\} = \{c_{ij}\} = \underset{n,m}{C}$$

DIMENSIONE UGUALE
se NO NON SI PUÒ FARE

• TRASPOSIZIONE → OPERAZIONE CHE SCAMBIA RIGHE x COLONNA

$$\left(\underset{n,m}{A}\right)' = \left(\underset{n,m}{A}\right)^T = \underset{m,n}{A'} = \{a_{ji}\}$$

PROPRIETÀ INVOLUTIVA → se si fa il trasposto del trasposto si torna alla situazione di partenza

• PRODOTTO INTERNO (INNER PRODUCT) o PRODOTTO SCALARE

$a, b \in \mathbb{R}^n$

$\left.\begin{array}{l} \underset{1,n}{b'} \; \underset{n,1}{a} \\ \underset{1,n}{a'} \; \underset{n,1}{b} \end{array}\right\}$ STESSO RISULTATO $= \alpha \in \mathbb{R}$

$$\alpha = \sum_{i=1}^{n} a_i \cdot b_i$$

$a, b \in \mathbb{R}^3 \quad a = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$

$a'b = [1 \;\; -1 \;\; 0] \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} = 1\cdot(-2) + (-1)\cdot(-1) + 0\cdot 1 = -2+1 = -1$

• PRODOTTO TRA MATRICI (RIGA X COLONNA)

$\underset{n,k}{A} \cdot \underset{k,m}{B} = \underset{n,m}{C} = \{C_{ij}\}$

dove C_{ij} è il prodotto tra la i-esima riga di A e la J-esima colonna di B.

MATRICI QUADRATE

$\underset{n,m}{A}$ con $n=m$ MATRICE IDENTITÀ → TUTTI 1 su DIAG. PRINCIPALE e 0 ALTROVE e MOLTIPLICATA PER UNA MATRICE GENERICA RESTITUISCE COME RISULTATO LA MATR. GENERICA

se $A' = A \Rightarrow A$ si dice simmetrica (cioè $a_{ij} = a_{ji}$)

$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & \cdot & \cdot & \cdot \\ 3 & \cdot & \cdot & \cdot \\ 4 & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix}$

• DETERMINANTE (PROPRIETÀ): $\underset{n,n}{A}$, $\alpha \in \mathbb{R}$

① $\det(\alpha A) = \alpha^{n} \det(A)$ — n DA DIM. della MATRICE

② $\det(\alpha \underset{n,n}{I}) = \alpha^n$

③ $\det(A) = 0 \Rightarrow A$ si dice SINGOLARE o NON INVERTIBILE cioè non esiste la matrice inversa A^{-1} e A^{-1} ha le seguenti proprietà:

$A^{-1} \cdot A = A \cdot A^{-1} = I$

CALCOLO MATRICE INVERSA: $A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \cdot A^{+}$ ← MATRICE AGGIUNTA

↓

È LA TRASPOSTA della MATRICE dei COMPLEMENTI ALGEBRICI

④ $\det(A^{-1}) = \frac{1}{\det(A)}$

⑤ $(A^{-1})' = (A')^{-1}$

• MATRICE dei COMPL. ALG: è FORMATA dai COMPL. ALG. della MATRICE di PARTENZA. ~~si~~ IL COMPL. ALGEBRICO ~~si ottiene~~ È IL DETERMINANTE della SOTTOMATRICE che SI OTTIENE da A ELIMINANDO LA RIGA i e LA COLONNA J dell'ELEMENTO a_{iJ}.

I COMPL. ALG. SARANNO 9 NUMERI

NB: SEGNO del COMPLEMENTO ALG.
$i+J = N°$ PARI → +
$i+J = N°$ DISPARI → −

es. $A_{11} \to 1+1=2$ Pari QUINDI → +

es. $\underset{3\times3}{A} = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 6 \\ 3 & 8 & 5 \\ 4 & 3 & 2 \end{bmatrix}$

$A_{11} = \begin{bmatrix} 8 & 5 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = (8\cdot2) - (5\cdot3) = 1$

NB

FORME QUADRATICHE

VETTORE NUMERO REALE

È una funzione definita da $\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$

Esempio: CALCOLO del M in un tempo da t_0 a t_1

→ ELEMENTI da cui è composto

$$\begin{bmatrix} C \\ i \\ t_0 \\ t_1 \end{bmatrix} \to M$$

DA $\mathbb{R}^4$ a $\mathbb{R}$

Def.: $\underset{n,m}{A}$ (non è necessariamente simmetrica)

$$\underset{1,n}{x'} \cdot \underset{n,n}{A} \cdot \underset{n,1}{x} = \underset{1,1}{C}$$

siccome $C \in \mathbb{R} \Rightarrow C' = C$ vuol dire che:

$x' A \cdot x = C$

$(x' \cdot A \cdot x)' = C$

NB! PROPRIETÀ: $(A \cdot B)' = B' \cdot A'$

Allora si può dire che:

$$x' A x + \underbrace{x' A' x}_{(x' A x)'} = 2C$$

$$x' \cdot \underbrace{\frac{(A + A')}{2}}_{B} x = \frac{2C}{\cancel{2}}$$

$$\left(\frac{A+A'}{2}\right)' = \frac{A'+A}{2} = \frac{A+A'}{2}$$

$B' = B$

cioè, senza perdere in generalità, si può assumere che A sia simmetrica

$$\underset{2,2}{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

VETTORE RIGA — MATRICE QUADRATA — VETTORE COLONNA

$$x' A x = \underset{1,2}{\begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix}} \cdot \underset{2,2}{\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}} \cdot \underset{2,1}{\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}} =$$

$$= \underset{1,2}{\begin{bmatrix} 2x_1 + 0 \cdot x_2 & x_1 - x_2 \end{bmatrix}} \underset{2,1}{\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}} = 2x_1^2 + x_1 x_2 - x_2^2$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \qquad A' = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

MATRICE SIMMETRICA

$$\frac{A+A'}{2} = \left(\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \right) \cdot \frac{1}{2} = \left(\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \right) \frac{1}{2} = \begin{bmatrix} 2 & 1/2 \\ 1/2 & -1 \end{bmatrix}$$

VERIFICA: (RICALCOLIAMO LA FORMA QUADRATICA)

$$[x_1 \ x_2] \begin{bmatrix} 2 & 1/2 \\ 1/2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = [2x_1 + \tfrac{1}{2}x_2 \quad \tfrac{1}{2}x_1 - x_2] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} =$$

$$= 2x_1^2 + \frac{1}{2}x_2 x_1 + \frac{1}{2}x_1 x_2 - x_2^2 =$$

$= 2x_1^2 + x_1 x_2 - x_2^2 \rightarrow$ CORRETTO è LO STESSO RISULTATO

CLASSIFICAZIONE delle FORME QUADRATICHE

- Stabilire il segno della forma quadratica → SERVE X CERCARE IL PORTAFOGLIO di INVESTIMENTO CON IL RISCHIO MINIMO (PORTAFOGLIO di MARKOVITZ). IL RISCHIO VERRÀ SCRITTO CON LA FORMA QUADRATICA

DEFINIZIONE: $x'Ax$ (con A matrice simmetrica) si dice definita positiva se $x'Ax > 0$ $\forall x$ (x OGNI), con $x \neq [0]$ (VETTORE NULLO)

allo stesso modo se $x'Ax < 0$ si dice definita negativa; se $x'Ax \geq 0$ semidefinita positiva e se $x'Ax \leq 0$ è semidefinita negativa; se $x'Ax \gtrless 0$ NON definita. SE AL VARIARE di x, $x'Ax$ CAMBIA ANCH'ESSO.

Qual è il problema? La definizione non è operativa, perché la condizione deve valere $\forall x$ e le soluzioni sono ∞. Per questo introduciamo:

- CRITERI PER LA CLASSIFICAZIONE delle FORME QUADRATICHE

CALCOLO degli AUTOVALORI e RISPETTIVI AUTOVETTORI

$\underset{n,n}{A} \qquad \lambda \in \mathbb{R}$

① $\underset{n,n}{A} \ \underset{n,1}{x} = \underset{1,1}{\lambda} \ \underset{n,1}{x}$

Domanda: per quale valore di λ (AUTOVALORE di A) esiste un vettore non nullo x (AUTOVETTORE di A ASSOCIATO a λ) che risolve l'equazione ①?

$$\underset{n,n}{A}\ \underset{n,1}{x} - \underset{1,1}{\lambda}\ \underset{n,1}{x} = \lambda x - \lambda x = \underset{n,1}{[0]}$$

$$(\underset{n,n}{A} - \underset{1,1}{\lambda})x = [0]$$

LO HA FATTO X OTTENERE IL VETTORE NULLO

LE MATRICI NON HANNO LE STESSE DIMENSIONI

↓

BISOGNA MOLTIPLICARE LA MATRICE, X LA MATRICE IDENTITÀ

$$\underbrace{(\underset{n,n}{A} - \underset{1,1}{\lambda}\cdot\underset{n,n}{I})}_{B}x = [0]$$

$Bx = [0]$ SISTEMA LINEARE

É UN SISTEMA LINEARE OMOGENEO! e QUADRATO! → TANTE SOLUZ. QUANTE SONO LE EQUAZIONI

RANGO PIENO (CIOÈ ESISTE MATRICE INVERSA) 28/9

se $r(B)=n \Rightarrow$ ~~il sistema lineare è omogeneo e quadrato (stesse equaz. stesse incognite.~~

Il sistema lineare è determinato cioè ha un'unica soluzione, la soluzione $\bar{X}=[0]$

se $r(B)=n \iff \det(B)\neq 0$

$\Rightarrow \exists B^{-1}$

$$\underbrace{B^{-1}\cdot B}_{\text{È LA MATRICE } I} X = \underbrace{B^{-1}\cdot[0]}_{[0]} \longrightarrow$$

È COME SE $\frac{1}{2}\cdot 2x = \frac{1}{2}\cdot 0$

$x = 0$

$\bar{X}=[0]$

• Noi cerchiamo soluzioni non banali quindi:

$\Rightarrow \det(B)=0$ (cioè $r(B)<n$) → Serve a trovare soluzioni non nulle.

$$\underset{n\times n}{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \dots & a_{2n} \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

$$\boxed{B = A - \lambda I}$$

$$\lambda I = \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix}$$

$$B = A - \lambda I = \begin{bmatrix} a_{11}-\lambda & a_{12} \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22}-\lambda \dots & a_{2n} \\ \vdots & & \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{nn}-\lambda \end{bmatrix}$$

$\det(B) = 0$ $\boxed{t_0 \lambda^n + t_1 \lambda^{n-1} + \dots + t_n = 0}$

EQUAZIONE in GRADO n di λ → POLINOMIO CARATTERISTICO della MATRICE A

SPEC(A) = $\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n\}$ RADICI del POLINOMIO CARATTERISTICO SONO GLI AUTOVALORI di A

SPETTRO della MATRICE A: Insieme degli autovalori di A (Solo x matrice quadrata)

~~costitu~~

PROPRIETÀ degli AUTOVALORI

1) $\lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \dots \cdot \lambda_n = \det(A)$

2) $\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n = tr(A)$ → TRACCIA di A: Def data $A_{n,n}$, traccia di A, $tr(A) = \sum_{i=1}^{n} a_{ii}$

↓ SOMMA degli EL. della DIAG. PRINCIP.

3) A e A' hanno gli stessi autovalori (per prop (1)) ⟹ $\det(A) = \det(A')$)

4) A è singolare (cioè $\nexists A^{-1}$ o $\det(A) = 0$) ⟹ $\exists \lambda_i = 0$

NON ESISTE A^{-1} — ESISTE ALMENO UN VAL. = 0

ES: CALCOLO di AUTOVALORI della MATRICE

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$ DIAG. PRINC.

$tr(A) = 4 - 1 = 3$

$\det(A) = 4 \cdot (-1) - 2(-3) = -4 + 6 = 2$

LA MATRICE I di A sarà:

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

e λI:

$$\lambda I = \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix}$$

quindi:

$$B = A - \lambda I = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 4-\lambda & -3 \\ 2 & -1-\lambda \end{bmatrix}$$

Calcolo det B e lo pongo uguale a 0:

$\det(B) = 0$

$\det(B) = (4-\lambda)(-1-\lambda) - 2\cdot(-3) = -4 - 4\lambda + \lambda + \lambda^2 + 6 = 0$

$\lambda^2 - 3\lambda + 2 = 0 \rightarrow$ POLINOMIO di GRADO 2

$$\lambda_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{9-8}}{2} = \begin{cases} \lambda_1 = 2 \\ \lambda_2 = 1 \end{cases}$$ AUTOVALORI di A

Per verificare se i risultati sono corretti:

$\lambda_1 \lambda_2 = 2 \cdot 1 = 2 = \det(A)$

$\lambda_1 + \lambda_2 = 2 + 1 = 3 = tr(A)$

CALCOLO degli AUTOVETTORI (AD OGNI AUTOVALORE è ASSOCIATO UN AUTOVETTORE)

$\lambda_2 = 1 \rightarrow$ SOSTITUIRE IL VALORE a λ

$Bx = [0]$

$$\begin{bmatrix} 4-1 & -3 \\ 2 & -1-1 \end{bmatrix}_{2,2} X_{2,1} = [0]_{2,1}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & -3 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} 3X_1 - 3X_2 = 0 \\ 2X_1 - 2X_2 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \cancel{3}X_1 = \cancel{3}X_2 \\ 0 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = X_2 \end{cases}$$

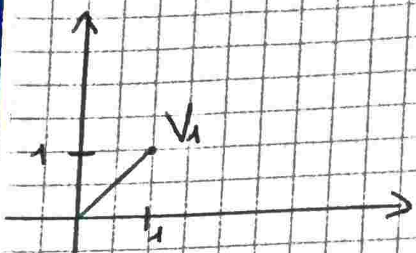
$$\begin{cases} X_1 = X_2 \\ \forall X_2 \end{cases}$$ $\rightarrow$ LA SI PUÒ SCEGLIERE LIBERAMENTE

es. $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} -1/2 \\ -1/2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 117 \\ 117 \end{bmatrix}$ ...

Ammette ∞ AUTOVALORI e AUTOVETTORI

NORMA di UN VETTORE
(EUCLIDEA)

$\lambda_2 = 1$



È LA LUNGHEZZA del SEGMENTO

$$\|V'\| = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

QUAL È L'AUTOVETTORE CHE DA NORMA UNITARIA?

$$\|--\| = 1 \rightarrow \sqrt{x^2 + x^2} = 1$$

$$\sqrt{2x^2} = 1$$

$$x = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

AUTOVETTORE ASSOCIATO λ_2 a NORMA UNITARIA

$$V = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}$$

$$\|V\| = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{2}{4} + \frac{2}{4}} = \sqrt{1} = 1$$ NORMA UNITARIA del VETTORE

$\lambda_1 = 2$ (SOSTITUISCO VAL. di λ nella MATRICE)

$$\begin{bmatrix} 4-2 & -3 \\ 2 & -1-2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x_1 = \frac{3}{2}x_2 \\ 0 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = \frac{3}{2}x_2 \\ \forall x_2 \end{cases}$$

es. $\begin{bmatrix} 3/2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} \ldots$

$$V = \begin{bmatrix} \frac{3}{2}x_2 \\ x_2 \end{bmatrix} \qquad \|V\| = \sqrt{\frac{9}{4}x_2^2 + x_2^2} = 1$$

$$\sqrt{\frac{9x_2^2 + 4x_2^2}{4}} = 1$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{13 \cdot x_2^2} = 1$$

$$x_2 = \frac{2}{\sqrt{13}}$$

AUTOVETTORE ASSOCIATO λ_1 a NORMA UNITARIA

$$\begin{bmatrix} 3/\sqrt{13} \\ 2/\sqrt{13} \end{bmatrix}$$

Teorema ①:

Siano $\lambda_1, \dots, \lambda_s$ alcuni autovalori di A distinti tra loro e siano $X_1, \dots, X_s$ gli autovettori associati $\Rightarrow$ gli autovettori $X^1, \dots, X^s$ sono linearmente indipendenti (quindi $r[X^1, \dots, X^s] = s$)

Teorema ②:

Se A è simmetrica $\Rightarrow$ gli autovalori $\lambda_1, \dots, \lambda_n \in \mathbb{R}$

- gli n autovettori di A sono linearmente indipendenti
- gli n autovettori di A sono ortogonali a 2 a 2.

VETTORI ORTOGONALI

FRA I 2 VETTORI C'È UN ANGOLO di 90°.

Def: $X^1, X^2 \in \mathbb{R}^n$ si dicono ortogonali se $(X^1)^T \cdot X^2 = 0$

esempio

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 6 \\ 6 & 5 \end{bmatrix}$$

Calcoliamo AUTOVALORI e AUTOVETTORI:

$$B = \begin{bmatrix} -4-\lambda & 6 \\ 6 & 5-\lambda \end{bmatrix}$$

$\det(B) = 0$

$(-4-\lambda)(5-\lambda) - 36 = 0$

$-20 + 4\lambda - 5\lambda + \lambda^2 - 36 = 0$

$\lambda^2 - \lambda - 56 = 0$

$$\lambda_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1+224}}{2} = \begin{cases} \lambda_1 = 8 \\ \lambda_2 = -7 \end{cases}$$

$\lambda_1 = 8 \quad \begin{bmatrix} -4-8 & 6 \\ 6 & 5-8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} -12 & 6 \\ 6 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} -12X_1 + 6X_2 = 0 \\ 6X_1 - 3X_2 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} -12X_1 = -6X_2 \\ \quad '' \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = \frac{1}{2}X_2 \\ 0 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} X_1 = \frac{1}{2}X_2 \\ \forall X_2 \end{cases}$$

$\lambda_2 = -7$

$$\begin{bmatrix} -4+7 & 6 \\ 6 & 5+7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 6 & 12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} 3X_1 + 6X_2 = 0 \\ 6X_1 + 12X_2 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \cancel{3}X_1 = -\cancel{6}^{2}X_2 \\ \quad '' \end{cases} \quad \begin{cases} X_1 = -2X_2 \\ 0 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} X_1 = -2X_2 \\ \forall X_2 \end{cases}$$

CONTROLLO ORTOGONALITÀ:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2}X_2 & X_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2X_2 \\ X_2 \end{bmatrix} = -X_2^2 + X_2^2 = 0$$

N.B. MATRICI DIAGONALI, MATRICI TRIANGOLARI

NUMERI DIVERSI da ZERO SOTTO o SOPRA LA DIAGONALE PRINCIPALE.

NUMERI DIVERSI da 0 su DIAG. PRINC. e 0 ALTROVE

DIAG. P.

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} \end{bmatrix}$$

DIAG. P.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

3,3

PROPRIETÀ di ENTRAMBE → I LORO ~~VALORI~~ AUTOVALORI SONO GLI ELEMENTI della DIAGONALE PRINCIPALE

$\mathrm{Spec}(A) = \{1; -1; 4\}$

IN CONCLUSIONE: (Segno delle forme quadratiche)

- Se gli autovalori di A sono TUTTI NEGATIVI, LA FORMA QUADRATICA associata di A relativa è DEFINITA NEGATIVA.
- Se gli autovalori di A sono TUTTI POSITIVI, LA FORMA QUADRATICA associata di A relativa è DEFINITA POSITIVA
- Se gli autovalori di A hanno segno + e −, la FORMA QUADRATICA associata è INDEFINITA
- Se gli autovalori sono > o = 0, la FORMA QUAD. è SEMIDEFINITA POSITIVA
- Se gli autovalori sono < o = 0, la F.Q. è SEMIDEF NEGATIVA

2/10

MERCATI FINANZIARI

STRUMENTI

AZIONI → PERMETTONO di ACQUISIRE UNA QUOTA della SOCIETÀ CHE LE EMETTE

AZIONI	VOTO	DIVIDENDI
PRIVILEGIATE	SOLO NELLE CONDIZ.	VIA di MEZZO TRA ORDINARIE e di RISP.
ORDINARIE	SEMPRE	+ BASSI RISP. a QUELLE di RISPARMIO
di RISPARMIO	NESSUNO	+ ALTI

Se l'azienda fallisce vengono rimborsate per prime le azioni di risparmio e dopo le altre.

A noi interessa il prezzo (P), in particolare

P_t e P_{t+s} Δ → la variazione di prezzo tra P_t e P_{t+s} (GUADAGNO/PERDITA in conto capitale)

Due posizioni x gli investimenti:

LONG → la tengo finché non arrivo a guadagnare (POSIZIONE RIALZISTA). Chi la detiene spera che il PREZZO AUMENTI, x poterla rivendere a un prezzo + alto di quando tu l'abbia acquistata. → OTTICA SPECULATIVA: Si guadagna SOLO sulla Δ di P, I dividendi non interessano

SHORT → Si scommette al ribasso cioè chi la detiene spera che il prezzo diminuisca, in modo tale da chiudere Δ di P positiva in c/capitale. (POSIZIONE RIBASSISTA)

In italiano è: "VENDITA allo SCOPERTO". → Permette di